

**Θέματα εξετάσεων περιόδου
Μαΐου-Ιουνίου
στα Μαθηματικά
Τάξη Β!**

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να διατυπώσετε τον ορισμό της δύναμης α^v με βάση το ρητό α και εκθέτη το φυσικό αριθμό $v > 1$.
- b. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω τύποι, δυνάμεις ρητών με εκθέτη ακέραιο.
- | | |
|--|-------------------------------------|
| i. $\alpha^0 = \dots$ | iv. $\alpha^v : \alpha^u = \dots$ |
| ii. $\alpha^{-v} = \dots$ | v. $(\alpha \cdot \beta)^v = \dots$ |
| iii. $\alpha^v \cdot \alpha^u = \dots$ | vi. $(\alpha^v)^u = \dots$ |

Θέμα 2^ο

- a. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
- b. Με ποια συνάρτηση εκφράζονται τα ανάλογα ποσά και ποια είναι τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της γραφικής παράστασης αυτής της συνάρτησης;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

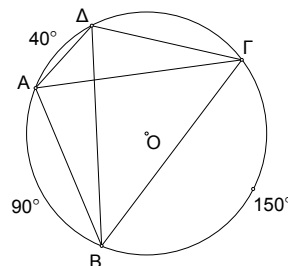
Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3x-5}{9} - \frac{2(x-1)}{3} = 1 - \frac{x+7}{6}$

Άσκηση 2^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 12\text{cm}$ και $B\Gamma = 13\text{cm}$ να υπολογίσετε τα: $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi B$, $\eta\mu\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma$ και $\epsilon\phi\Gamma$.

Άσκηση 3^η

Σε κύκλο (O, ρ) παίρνουμε τα σημεία A, B, Γ, Δ έτσι ώστε να είναι: $\widehat{AB} = 90^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 150^\circ$ και $\widehat{A\Delta} = 40^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{A\Delta B}$, $\widehat{B\Gamma\Delta}$ και $\widehat{A\beta\Gamma}$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Πως υπολογίζεται το γινόμενο πολλών παραγόντων διαφόρων του μηδενός και πως η διαίρεση δύο ρητών αριθμών;

B. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

- $\frac{\alpha^\mu}{\alpha^\nu} = \dots\dots\dots$ με $\mu > \nu$
- $(\alpha \cdot \beta)^\nu = \dots\dots\dots$
- $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\nu = \dots\dots\dots$
- $(\alpha^\mu)^\nu = \dots\dots\dots$
- $\alpha^{-\nu} = \dots\dots\dots$ με $\alpha \neq 0$
- $\alpha^0 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

A. Σε κύκλο (O, ρ) με τι ισούται:

- a. Το μήκος τόξου μ° ;
- b. Το μήκος τόξου α^{rad} ;
- c. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας μ° ;
- d. Το εμβαδόν E του κύκλου;
- e. Το μήκος Γ του κύκλου;

B. Σε κύκλο (O, ρ):

- a. Να σχεδιάσετε και να δώσετε τον ορισμό μιας εγγεγραμμένης και μιας επίκεντρης γωνίας
- b. Ποια σχέση συνδέει το μέτρο της εγγεγραμμένης με το μέτρο αντίστοιχης της επίκεντρης;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν είναι:

$$A = (-3)^2 + 2 \cdot (-2)^2 - (-3 - 2^2) + 6 \cdot (-2) \text{ και } B = 2 \cdot [3 - (-3) - 4 \cdot (-3)^2] + 2,5(-2)^2$$

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A - 2B$.

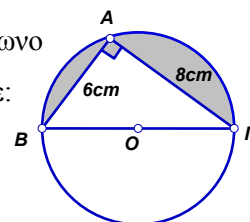
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{8-\chi}{6} + \frac{2 \cdot (\chi-1)}{3} = \frac{\chi+6}{2} - \frac{\chi}{3}$

Άσκηση 3^η

Στον κύκλο (O, ρ) του σχήματος είναι εγγεγραμμένο ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με κάθετες πλευρές AB = 6cm και ΑΓ = 8cm. Να υπολογίσετε:

- i. Το μήκος και το εμβαδόν του ημικυκλίου (O, ρ)
- ii. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζουμε ημίτονο και τι συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
- Πώς μεταβάλλονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείων γωνιών;
- Μπορεί το ημίτονο μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου να ισούται με την εφαπτομένη της ίδιας γωνίας; (Δικαιολόγηση)

Θέμα 2^ο

- Συμπληρώστε τις ισότητες:
 $\alpha^k \cdot \beta^k = \dots$, και $k^{\lambda} \cdot k^{\mu} = \dots$
- Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι και τι πρόσημο έχουν;
- Για να έχει ένας αριθμός αντίστροφο τι πρέπει να ισχύει;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

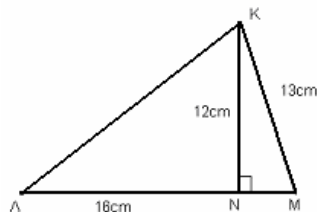
- Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

$$2-4(x+4) \geq x-2(4x-5) \text{ και } 2-\frac{1-x}{2} < \frac{x+2}{3} - \frac{9-8x}{6}$$

Να δείξετε τις λύσεις αυτές στον άξονα των ρητών αριθμών:

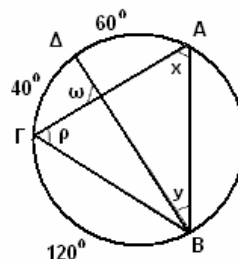
Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε από το διπλανό σχήμα τις πλευρές ΚΛ και ΛΜ του τριγώνου ΚΛΜ και να εξετάσετε αν είναι ορθογώνιο το ΚΛΜ αν είναι ΚΜ=13cm, ΚΝ = 12cm και ΛΝ=16cm και η γωνία ΚΝΜ= 90^ο



Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τις γωνίες x, y, ω και ρ του διπλανού σχήματος.
Δικαιολογήστε τους υπολογισμούς σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, ($A = 90^\circ$)

- Να δώσετε τους ορισμούς ημΒ, συνΓ, εφΒ.
- Μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται το ημΒ και το συνΒ.
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Θέμα 2^ο

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο ($A = 90^\circ$).

- Να γράψετε τον τύπο που συνδέει τα μήκη των πλευρών ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ του τριγώνου αυτού
- Με ποιο όνομα είναι γνωστό το θεώρημα που εκφράζει αυτός ο τύπος.
- Να διατυπώσετε το θεώρημα με λόγια.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την περίμετρο μιας κυκλικής πλατείας, αν είναι γνωστό ότι το εμβαδόν της είναι $200,96\text{m}^2$.

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi}{4} - \chi + \frac{2-3\chi}{12} = 3 - \frac{\chi-5}{3}$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε την τιμή παράστασης:

$$A = -2^2 \cdot [(-1)^2 - 8 \cdot (-1)^3] - 2 \cdot [2 \cdot (-3) + (-12) : (-4)] + (-3)^0$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Τι ονομάζουμε εγγεγραμμένη γωνία σε κύκλο (O,R);
- β. Τι ονομάζουμε επίκεντρη γωνία σε κύκλο (O,ρ);
- γ. Τι ονομάζουμε κανονικό πολύγωνο;

Θέμα 2^ο

Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου, συνημιτόνου και εφαπτομένης οξείας γωνίας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης εφαρμόζοντας την προτεραιότητα των πράξεων:

$$A = (-3)^2 + (-1)^{20} + 2 \cdot (-8+3) - [(2^3-4) - 2] + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

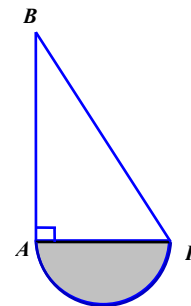
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η ανίσωση και να παραστήσετε τις λύσεις της σε άξονα:

$$\frac{2+\chi}{3} - \frac{\chi+1}{2} < \chi + \frac{\chi+2}{6}$$

Άσκηση 3^η

Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^\circ$) η μία κάθετη πλευρά ΑΒ έχει μήκος 8 cm και η υποτείνουσα ΒΓ έχει μήκος 10 cm. Με διάμετρο την κάθετη πλευρά ΑΓ του τριγώνου κατασκευάζουμε ημικύκλιο στο εξωτερικό του τριγώνου. Να υπολογιστεί το μήκος του ημικυκλίου και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- C. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;
D. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;
Το μηδέν έχει αντίστροφο; (Αιτιολόγηση)
E. Πως υπολογίζουμε το γινόμενο πολλών παραγόντων;

Θέμα 2^ο

- A. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να δώσετε τους ορισμούς των $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi B$.
C. Ποιες τιμές παίρνουν το ημίτονο και το συνημίτονο της οξείας γωνίας B.
D. Αν $\hat{\omega} < 50^\circ$ να συγκρίνετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:
i. $\eta\mu\omega$ και $\eta\mu 50^\circ$
ii. $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\sigma\upsilon\nu 50^\circ$
iii. $\epsilon\phi\omega$ και $\epsilon\phi 50^\circ$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε η τιμή της παράστασης

$$A = 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - (-2)^8 : (-2)^2 - [(-1)^3 - 5 \cdot (-2 + 4)^2] \cdot 5^0.$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\chi - \frac{\chi + 4}{4} = \frac{1}{10} + \frac{2 \cdot (\chi - 1)}{5}$

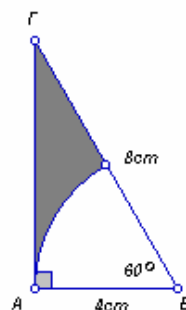
Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 4\text{cm}$,

$B\Gamma = 8\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Γράφουμε κύκλο (B, BA).

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.

(δίνεται $\sqrt{48} \approx 7$)



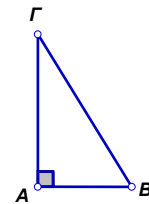
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Τι ονομάζεται επίκεντρη και τι εγγεγραμμένη γωνία ;
(Σε κάθε περίπτωση να γίνει και σχήμα)
- Ποια σχέση συνδέει μια επίκεντρη και μια εγγεγραμμένη γωνία, που αντιστοιχούν στο ίδιο τόξο ;
- Δυο τόξα μ^ο πότε είναι ίσα ;

Θέμα 2^ο

- Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.
- Πως μεταβάλλονται το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ;
- Να εξηγήσετε γιατί το ημίτονο μιας οξείας γωνίας είναι αριθμός μικρότερος της μονάδας.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = -2 + [7(-1)^{10}] : (-3) \quad \text{και} \quad B = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + (-1)^{-5}}{\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} + (-10)^0}$$

- Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Α
- Ομοίως την τιμή της παράστασης Β
- Να δείξετε ότι $A \cdot B = 1$

Άσκηση 2^η

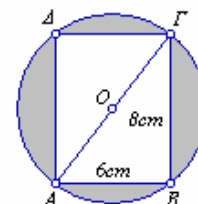
Δίνονται: η εξίσωση $5(2\chi - 5) + 105 = 6(3\chi + 4)$ και η ανίσωση $\frac{2\chi - 1}{3} > \frac{3\chi - 3}{4}$

- Να λύσετε την εξίσωση
- Ομοίως την ανίσωση
- Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι λύση της ανίσωσης

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ με διαστάσεις ΑΒ = 6cm και ΒΓ = 8cm είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, Ρ)

- Να βρεθεί η διάμετρος ΑΓ του κύκλου και
- Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα που ισχύει σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A = 90^\circ$) (σχήμα - λόγια - σχέση)
- b. Δίνεται ένας θετικός αριθμός α. Να γράψετε τον κανόνα της τετραγωνικής του ρίζας και να συμπληρώσετε τις ισότητες : $\sqrt{0} = \dots\dots$, $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots$

Θέμα 2^ο

- a. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου, του συνημιτόνου και της εφαπτομένης της οξείας γωνίας Γ.
- b. Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, πώς μεταβάλλεται το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη της γωνίας αυτής ; (μόνο κανόνες)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (2^{-3} \cdot 2^4 \cdot 2^2)^3 : (-2)^8 \text{ και } B = \left[\left(\frac{1}{7} \right)^{-1} \cdot (-1)^{2004} \right] : [2^5 - (-3) \cdot (-6)]$$

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων Α και Β και να εξετάσετε αν είναι αντίστροφοι αριθμοί.-

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η παρακάτω ανίσωση και να βρεθεί ο μεγαλύτερος φυσικός αριθμός

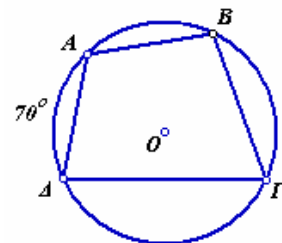
που την επαληθεύει : $3\chi - \frac{\chi - 2}{2} \geq 3(\chi - 2) + \frac{5(\chi + 1)}{4}$

Άσκηση 3^η

Σ' έναν κύκλο (Ο, ρ) παίρνουμε τα διαδοχικά τόξα

$$AB = \chi + 10^\circ, \quad B\Gamma = \chi + 30^\circ, \quad \Gamma\Delta = 3\chi - 50^\circ \text{ και } \Delta A = 70^\circ.$$

- a. Να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι τα τόξα ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ
- b. Να υπολογίσετε τις γωνίες Α, Β, Γ, Δ του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.
- c. Τι σχέση έχουν οι χορδές ΑΒ και ΑΔ και γιατί ;



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Τι ονομάζεται ν-οστή δύναμη ρητού αριθμού α με εκθέτη φυσικό αριθμό ν>1.

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

$$\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}} = (\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{-\nu} =$$

$$\alpha^{\nu} : \alpha^{\mu} = \alpha^{\circ} = \alpha^1 = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu} =$$

B. Να χαρακτηρίσετε σαν σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) ότι:

- Το άθροισμα δύο αρνητικών αριθμών είναι θετικός αριθμός.
- Το πηλίκο ενός αρνητικού και ενός θετικού αριθμού είναι αρνητικός αριθμός.
- Το γινόμενο δύο αρνητικών αριθμών είναι αρνητικός αριθμός.

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.

(Να γίνει σχήμα και να γραφεί η σχέση).

B. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

C. Ποιες από τις παρακάτω τριάδες αριθμών είναι δυνατόν να αποτελούν πλευρές ορθογωνίου τριγώνου:

12, 13, 5 3, 4, 6 6, 10, 8 8, 5, 12 9, 11, 4

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

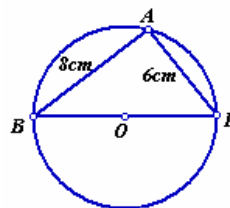
Άσκηση 1^η

a. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{\chi + 1}{2} - \frac{2\chi + 3}{5} \leq \frac{\chi + 5}{4}$

b. Να παραστήσετε τις λύσεις στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.



Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\widehat{A} = 90^\circ$). Να δικαιολογήσετε τις παρακάτω σχέσεις

- $\eta\mu B = \sigma\upsilon\nu\Gamma$
- $\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma = 1$
- $\epsilon\phi\Gamma = \frac{\eta\mu\Gamma}{\sigma\upsilon\nu\Gamma}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες

a. $a^u \cdot a^v = \dots\dots$

b. $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v = \dots\dots$

c. $(\alpha^v)^u = \dots\dots$

d. $a^0 = \dots\dots$

e. $a^{-v} = \dots\dots$

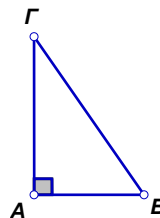
f. $\frac{a^u}{a^v} = \dots\dots$

Θέμα 2^ο

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$)

a. να δώσετε τον ορισμό του ημΒ και συνΒ της εφΒ

b. να συμπληρωθούν οι ανισώσεις
..... < ημΒ < , < συνΒ <



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

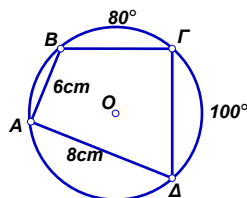
Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 6$, $AD = 8$ και $\widehat{BG} = 80^\circ$ και $\widehat{\Delta\Gamma} = 100^\circ$.

Να δείξετε ότι

a. το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ορθογώνιο στην κορυφή Α

b. Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου αν

c. Να βρείτε το εμβαδόν και το μήκος του κύκλου



Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση $\frac{2\chi+1}{3} - \frac{\chi-1}{2} = \frac{\chi+2}{6}$

Άσκηση 3^η

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$= (-3)[(-2^5) : 16 + (-1)^5(-5)] - [-2 + (-3^2)] : (-7)$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Σε κάθε έννοια της Στήλης A να αντιστοιχίσετε το σωστό μαθηματικό συμβολισμό από τη Στήλη B, έτσι ώστε να περιγράψουν την ίδια έννοια.

ΣΤΗΛΗ A		ΣΤΗΛΗ B	
Περιγραφή της έννοιας στη φυσική γλώσσα		Συμβολισμός της έννοιας στη μαθηματική γλώσσα	
a.	Απόλυτη τιμή του χ	1.	$-\chi$
b.	Αντίθετος του χ	2.	χ^{-1}
c.	Αντίστροφος του χ	3.	χ^v
d.	v -οστή δύναμη του χ	4.	$v \cdot \chi$
Όπου χ είναι ρητός με $\chi \neq 0$ και v θετικός ακέραιος.		5.	$ \chi $
		6.	$-\frac{1}{\chi}$
α	β	γ	δ

Για κάθε μια από τις παρακάτω σχέσεις B και Γ, να γράψετε στο τετράδιό σας αν είναι Σωστή (Σ) ή Λαθεμένη (Λ).

B. $a(\beta + \gamma) = a\beta + \gamma$

C. $a(\beta \cdot \gamma) = a\beta \cdot a\gamma$

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπώσετε στο τετράδιό σας το πυθαγόρειο θεώρημα και να κάνετε το ανάλογο σχήμα.

B. Τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού α , λέγεται ο θετικός αριθμός που όταν υψωθεί στο..... δίνει τον αριθμό α .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με υποτείνουσα

BΓ = 5m και την κάθετη πλευρά AB = 3m.

a. Να αποδείξετε το μήκος της άλλης κάθετης πλευράς AΓ = 4m.

b. Να βρείτε τα ημB, συνB, εφB.

c. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\varepsilon\phi B \varepsilon\phi \Gamma + 1 =$

Άσκηση 2^η

Αν $A = 10 - 5 \cdot 2^2 + 12$ να αποδείξετε ότι $A = 2$.

Αν $B = 2(3 \cdot 4) - 4(3 - 2) - 21$ να αποδείξετε ότι $B = -1$.

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Gamma = (2004)^0 + (\sqrt{2})^A - 4 \cdot 2^B - (-1)^{2004}$.

Άσκηση 3^η

Δίνεται η παράσταση $A = 3(2\chi) - 2(\chi + 3) + 1$

a. Να αποδείξετε ότι $A = 4\chi - 5$

b. Να λύσετε την εξίσωση $A = \frac{\chi - 10}{2} - \frac{\chi}{3}$.

c. Να επαληθεύσετε την λύση που θα βρείτε.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α) Πως ορίζεται η δύναμη ρητού με εκθέτη φυσικό a^y ;
- β) Να αναφέρετε τις ιδιότητες των δυνάμεων.
- γ) Πως ορίζεται η δύναμη a^0 και πως η δύναμη a^{-y} ;

Θέμα 2^ο

- α) Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
- β) Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;
- γ) Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$
και τι σχέση έχει με τη γραφική παράσταση της $y = ax$;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

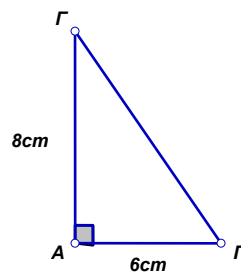
- α) Να λυθεί η ανίσωση: $3x - 3 > 2(1 - x)$.
- β) Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{x - 2}{2} \leq 1 - \frac{x + 1}{3}$
- γ) Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

Άσκηση 2^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι

$AB = 6\text{cm}$ και $B\Gamma = 10\text{cm}$. Να υπολογιστούν:

- α) το $\sin B$ και το $\eta\mu\Gamma$,
- β) η πλευρά AG , και
- γ) η $\epsilon\phi B$ και η $\epsilon\phi\Gamma$.



Άσκηση 3^η

Δίνεται κύκλος με περίμετρο $31,4\text{cm}$. Να υπολογιστούν:

- α) η ακτίνα και η διάμετρος του κύκλου.
- β) το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.
- γ) το μήκος ενός τόξου 60° του ίδιου κύκλου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Πότε δυο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι;
Να γράψετε ένα παράδειγμα σε κάθε περίπτωση
- b. Να συμπληρώσετε τις ιδιότητες που αναφέρονται στους
ορισμούς και στις ιδιότητες των δυνάμεων. Δίνεται $a \neq 0$.
- $a^0 = \dots\dots\dots$, $a^1 = \dots\dots\dots$, $a^{-v} = \dots\dots\dots$,
 $a^v \cdot a^k = \dots\dots\dots$, $a^v : a^k = \dots\dots\dots$, $(a^v)^k = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

- a. Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό και με τι ισούται
η κεντρική του γωνία ω ;
- b. Να γράψετε τους τύπους που δίνουν το εμβαδόν και
το μήκος ενός κύκλου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν είναι:

$$A = -(3 - 7 + 1) - [(-6 + 3) - (-8 + 1)] \quad \text{και}$$

$$B = -3^2 + 8 \cdot (-2)^2 + (-2) \cdot (+4) \cdot (-1) - (-3) \cdot (+2)$$

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $6A + B$

Άσκηση 2^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

i. $2 \cdot (\chi + 3) - 10 < 1 + 3 \cdot (5 - \chi)$

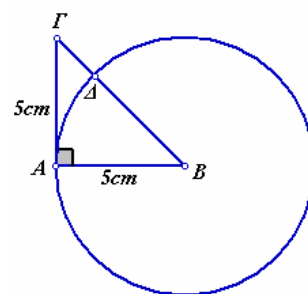
ii. $\frac{2\chi + 1}{3} - \frac{5 - 3\chi}{4} > \frac{\chi + 2}{6}$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) με

$AB = A\Gamma = 5\text{cm}$. Γράφουμε τον κύκλο (B, BA) που τέμνει
την $B\Gamma$ στο σημείο Δ . Να υπολογίσετε

- Την υποτείνουσα $B\Gamma$.
- Το μήκος του τόξου $A\Delta$
- Την περίμετρο του καμπυλόγραμμου τριγώνου $A\Delta\Gamma$.
- Το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου $A\Delta\Gamma$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha^0 = \dots, \alpha^1 = \dots, \alpha^{-\nu} = \dots, \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \dots, (-1)^{2001} = \dots, (-1)^{-2004} = \dots$$

b. Να γράψετε τις ιδιότητες των δυνάμεων με βάση τους ρητούς α, β και εκθέτες τους φυσικούς αριθμούς $\nu, \mu > 1$.

Θέμα 2^ο

- Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη και ποια η σχέση της με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία;
- Τι ονομάζουμε κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου, και με τι ισούται;
- Γράψτε τους τύπους που δίνουν:
 - το μήκος του κύκλου με ακτίνα ρ ,
 - το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με ακτίνα ρ .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = -4^2 : (-2)^4 - 5 \cdot [3 - (-1)] - (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

Άσκηση 2^η

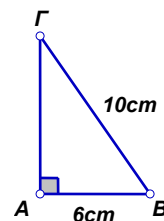
Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi - 2}{3} - \frac{3\chi}{2} = 2 - \frac{\chi + 4}{6}$

Άσκηση 3^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $(\hat{A} = 90^\circ)$ και πλευρές

$AB = 6\text{cm}$, $B\Gamma = 10\text{cm}$ να βρείτε :

- την πλευρά $A\Gamma$
- τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι και ποιοι αντίστροφοι; (παράδειγμα).
- Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;
- Να συμπληρωθούν οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο:

$$a^m \cdot a^n = \dots, a^m : a^n = \dots, (a \cdot b)^n = \dots$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots, a^{-n} = \dots, a^0 = \dots, \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \dots$$

Θέμα 2^ο

- Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη;
- Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη και ποια η σχέση της με την αντίστοιχη επίκεντρη;
- Να γράψετε τους τύπους για το μήκος κύκλου και το εμβαδόν κυκλικού δίσκου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- Να υπολογιστούν οι παραστάσεις

$$A = 4^{x-4} + 2(1^{5x-3} - 2) - 2^0 \text{ αν } x = 4$$

$$\text{και } B = 3 - [5 - 2^3 - 3 \cdot (4 - 3^3)] - (5^2 - 2^5) - 4 : 2^0$$

- Να υπολογιστεί το $A^2 + B^2$.

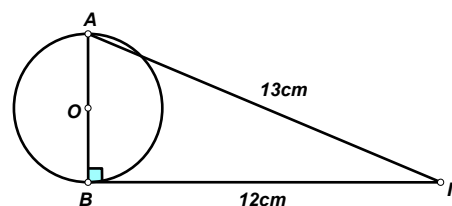
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3x-2}{4} - \frac{x-1}{3} = \frac{x-2}{2} - 1.$

Άσκηση 3^η

Να βρεθούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας Γ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ καθώς και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και το μήκος του κύκλου που έχει διάμετρο το τμήμα ΑΒ.

Δίνονται ΒΓ = 12cm και ΑΓ = 13cm.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.

β) να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a .

Θέμα 2^ο

α) Πότε μια γωνία ονομάζεται επίκεντρη, πότε εγγεγραμμένη;

β) Πια σχέση συνδέει την εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχή της επίκεντρη;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi + 1}{2} - \frac{\chi - 2}{3} = 4$

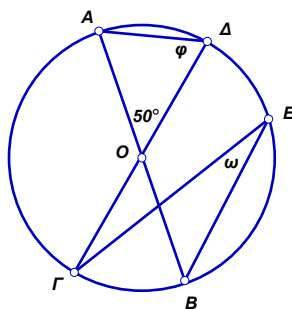
Άσκηση 2^η

Να βρεθεί το εμβαδόν ενός κύκλου αν γνωρίζουμε ότι το μήκος του είναι 12,56 cm

Δίνεται $\pi = 3,14$.

Άσκηση 3^η

Να υπολογισθούν οι εγγεγραμμένες γωνίες ω , φ του παρακάτω σχήματος:



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.
B. Να εφαρμόσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ.

Θέμα 2^ο

- A. Να δώσετε τον ορισμό των ημω, συνω, εφω, όπου ω είναι μια οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου.
B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις :
▪ Όταν αυξάνεται μια γωνία ω, το ημίτονό της
▪ Όταν αυξάνεται μια γωνία ω, το συνημίτονό της

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

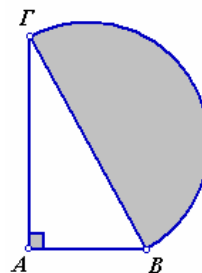
Να λυθεί η εξίσωση: $6 - \frac{\chi - 1}{2} = \frac{\chi - 2}{3} - \frac{\chi - 3}{4}$

Άσκηση 2^η

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = (-2)^{x+1} + (-2)^x + 2^{x-1} + 2^{x-2}$, όπου $\chi = 1$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα οι κάθετες πλευρές ΑΒ και ΑΓ είναι ΑΒ = 6cm και ΑΓ = 8cm .
Να βρεθεί το εμβαδόν του σκιασμένου ημικυκλίου.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη και ποια εγγεγραμμένη;
- Ποια σχέση συνδέει την εγγεγραμμένη με την επίκεντρο στο ίδιο τόξο;
- Τι λέγεται κανονικό πολύγωνο;

Θέμα 2^ο

- Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$$a^m \cdot a^n = \dots \quad (a^m)^n = \dots \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots$$

- Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι και ποιοι αντίστροφοι;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισοτήτων:

$$\frac{3\chi - 1}{2} \leq \frac{2\chi - 6}{3} - \frac{\chi}{6} \quad \text{και} \quad 3\chi + 1 \leq 7 + 5\chi$$

Άσκηση 2^η

Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = -8 - [-5 + 9 - (-2)^3] + 3(-6 + 3)^2 + [(-2)^4 : 2]$$

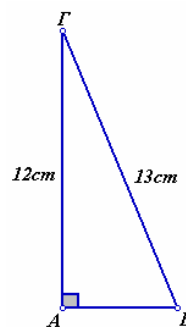
Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$)

με ΑΓ = 12cm και ΒΓ = 13cm.

Να υπολογίσετε:

- Την πλευρά ΑΒ,
- Το συνΒ
- Την εφΓ



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να διατυπώσετε την πρόταση που λέγεται Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Θέμα 2^ο

Πότε μια γωνία λέγεται επίκεντρη.

Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη.

Ποια η σχέση μεταξύ εγγεγραμμένης γωνίας και της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

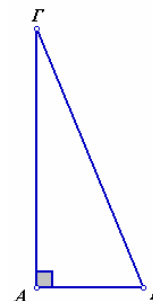
$$A = (-5)^2 \cdot 2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} : 8 - [3 + (-1)^5 \cdot 4]$$

Άσκηση 2^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) του διπλανού σχήματος είναι $B\Gamma = 13\text{cm}$ και $AB = 5\text{cm}$.

Να υπολογίσετε :

- Το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.
- Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$ και $\epsilon\phi\Gamma$.



Άσκηση 3^η

a. Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση

$$\frac{5\chi + 8}{6} - \frac{\chi - 2}{3} \leq \frac{3\chi + 6}{4}$$

b. Να παραστήσετε τις λύσεις της στον άξονα των πραγματικών.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφο του.

(Να κάνετε σχήμα και να γράψετε τη σχέση)

Θέμα 2^ο

- Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη και πότε επίκεντρη.
- Ποια η σχέση μεταξύ εγγεγραμμένης γωνίας και της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την ανίσωση: $\chi - \frac{3(\chi + 1)}{4} \leq \frac{2\chi - 1}{3}$

Άσκηση 2^η

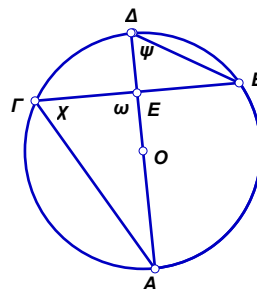
Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = 3 \cdot [2 - (-1)]^4 - (-4)^2 \cdot [4 - 3^2 : (-3)]^0$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ του διπλανού σχήματος αν γνωρίζετε ότι:

$$\widehat{AB} = 120^\circ \text{ και } \widehat{\Gamma\Delta} = 60^\circ$$

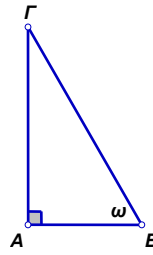


ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$)

Να ορίσετε τα $\eta\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\phi\omega$.



Θέμα 2^ο

πότε μια γωνία λέγεται:

- Εγγεγραμμένη σε κύκλο;
- Επίκεντρη;
- Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο

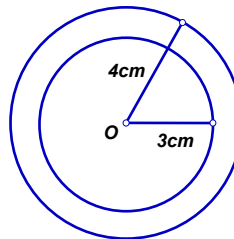
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2\chi - 4}{3} - \frac{3\chi - 1}{2} = \frac{\chi - 5}{4}$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Άσκηση 3^η

Σε ένα σύστημα αξόνων $\chi O\psi$ να σημειώσετε τα σημεία:

A(2, 3), B(3, -2), Γ(-1, 3), Δ(-2, -4) E(5, 5)

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γράψετε το πυθαγόρειο θεώρημα, δίνοντας και ένα παράδειγμα.
- Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, με τι ισούται το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας του;

Θέμα 2^ο

- Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
- Να αντιγράψετε και συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης με τύπο $\psi = 3\chi$:

χ	1		3	0
ψ		6		

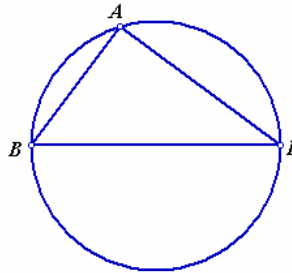
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα, είναι γνωστό ότι $AB = 6\text{cm}$, $B\Gamma = 10\text{cm}$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$.

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου.
- Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου.

(Δίνεται ότι $\pi = 3,14$)



Άσκηση 2^η

- Να λύσετε την ανίσωση $\chi + 17 \leq 12\chi + 6$.
- Να λύσετε την ανίσωση $2(3\chi - 14) + 3 < \chi - 3(\chi - 5)$.
- Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων.

Άσκηση 3^η

- Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2\chi - 1}{3} - \frac{3\chi - 2}{2} = \frac{\chi}{2} - \frac{\chi + 10}{6}$.
- Να επαληθεύσετε το αποτέλεσμα που βρήκατε.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να δώσετε τους ορισμούς του ημίτονου, συνημίτονου και εφαπτομένης μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου .
- Να δικαιολογήσετε γιατί το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου, είναι αριθμοί μικρότεροι της μονάδας.

Θέμα 2^ο

- Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη και ποια εγγεγραμμένη;
- Όταν μια επίκεντρη και μια εγγεγραμμένη βαίνουν στο ίδιο τόξο, ποια σχέση συνδέει την επίκεντρη, την εγγεγραμμένη και το αντίστοιχο τόξο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 8 : (-2)^3 + (-3) \cdot (-1) \cdot (-2) - [-5 - 2 \cdot (-1)]^{10}$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi - 1}{3} - \frac{\chi - 4}{2} = 1 - \frac{5\chi}{6}$

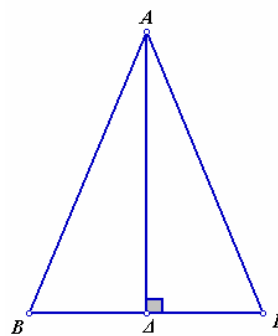
Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

Η περιμέτρος του είναι 36 cm και η βάση του $B\Gamma = 10$ cm.

Να υπολογιστούν:

- Τα ίσα σκέλη AB και $A\Gamma$
- Το ύψος $A\Delta$ και
- Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Δώστε τους τύπους των ιδιοτήτων :

a. Προσεταιριστική πολ/σμού =

b. Αντιμεταθετική πρόσθεσης =

c. Επιμεριστική πολ/σμού ως προς αφαίρεση =

B. Συμπληρώστε τα κενά στις ισότητες :

a. $\alpha + 0 = \dots\dots\dots$

c. $\alpha^m \cdot \alpha^n = \dots\dots\dots$

b. $\alpha^{-n} = \dots\dots\dots$

d. αν $\alpha \neq 0$, $\alpha^0 = \dots\dots\dots$

C. Να βρεθούν οι αντίστροφοι των :

a. 0,5

b. $1\frac{1}{2}$

c. 3

Θέμα 2^ο

A. Δώστε τον ορισμό και τον τύπο του ημίτονου οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου

B. Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λάθος καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

a. $\epsilon\phi 30^\circ > \epsilon\phi 40^\circ$

b. $\eta\mu 20^\circ < \eta\mu 30^\circ$

c. Υπάρχει οξεία γωνία ω ώστε $\sin \omega = 2$

C. Διατάξτε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς αρχίζοντας από τον μικρότερο :
 $\sin 20^\circ$, $\sin 5^\circ$, $\sin 35^\circ$, $\sin 10^\circ$, $\sin 15^\circ$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται η παράσταση: $A = 2^3 - (3 \cdot 2 - 20 : 4 - 2^2) - (25 : 5 - 3^2) \cdot (-1)^3 - 15 : 5$

a. Να γίνουν οι πράξεις στην παράσταση .

b. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{\chi - 1}{A} - 1 \leq \frac{2\chi - 10}{A - 1}$ όπου A η αριθμητική τιμή της παράστασης .

Άσκηση 2^η

Δίνεται κύκλος με κέντρο O και πάνω του παίρνω σημεία A,B,Γ ώστε τα

τόξα $AB = 2\chi + 30^\circ$, $B\Gamma = 4\chi + 40^\circ$, $\Gamma A = 3\chi + 20^\circ$.

a. Να υπολογίσετε τα τόξα AB, BΓ, ΓΑ.

b. Να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων ABΓ και AOB.

Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με υποτείνουσα 10 cm στο οποίο ισχύει $\eta\mu B = \frac{4}{5}$

a. Να υπολογιστεί η περίμετρος και το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

b. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\sin B$ και $\epsilon\phi \Gamma$.

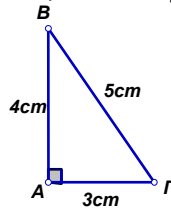
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν ω είναι μια οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου, να συμπληρώσετε τις ισότητες

$\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$, $\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots$, $\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$

B. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$ και $\epsilon\phi B$.



Γ. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

- ι) Όταν μία οξεία γωνία αυξάνεται τότε το ημίτονό της
- ιι) Όταν μία οξεία γωνία αυξάνεται τότε το συνημίτονό της
- ιιι) Όταν μία οξεία γωνία αυξάνεται τότε η εφαπτομένη της

Θέμα 2^ο

A. Να συμπληρώσετε τους ορισμούς:

- ι) Ανάλογα ποσά λέγονται
- ιι) Αντιστρόφως ανάλογα ποσά λέγονται

B. Για κάθε έναν από τους πίνακες που ακολουθούν να συμπληρώσετε με την σωστή φράση

α) ανάλογα ποσά, β) αντιστρόφως ανάλογα, γ) τίποτα

ι)

χ	3	5	7,5
ψ	5	3	2

ιι)

χ	9	15	27
ψ	3	5	9

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης.

$$A = (-2)^3 - 5^2 + [(3^2 - 4):5 - 11]$$

Άσκηση 2^η

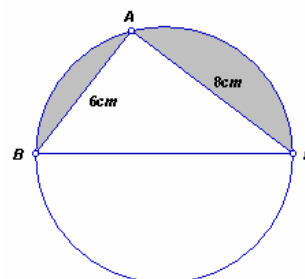
Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\chi - 1}{3} - \frac{\chi + 5}{12} = \frac{\chi + 1}{4} + 1$$

Άσκηση 3^η

Αν στο διπλανό σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου και είναι $AB = 6\text{ cm}$ και $AG = 8\text{ cm}$, να υπολογίσετε

- ι) Την γωνία A
- ιι) Το εμβαδά του τριγώνου ABΓ
- ιιι) Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γράψετε την πρόταση που λέγεται Πυθαγόρειο θεώρημα
- Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\Gamma = 90^\circ$ και να γράψετε γι' αυτό την ισότητα που εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- Το τρίγωνο με πλευρές $\alpha = 3,5\text{cm}$, $\beta = 3\text{cm}$, $\gamma = 4,5\text{cm}$ είναι ορθογώνιο; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

Θέμα 2^ο

- Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο ;
- Τι λέμε επίκεντρη γωνία ;
- Ποια είναι η σχέση μεταξύ επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{2x-4}{3} - 5 = 3x - \frac{x-2}{2}$

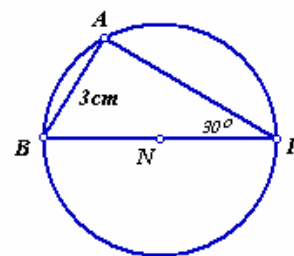
Άσκηση 2^η

Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα $\rho = 5\text{ cm}$ και ύψος $u = 12\text{ cm}$. Να βρεθεί το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και ο όγκος του.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι η γωνία $\text{ΑΓΒ} = 30^\circ$ και το $\text{ΑΒ} = 3\text{cm}$
Αν το σημείο Ν είναι το κέντρο του κύκλου, να υπολογιστούν:

- οι γωνίες ΒΑΓ και ΑΒΓ
 - Τα μήκη των πλευρών ΒΓ και ΑΓ του τριγώνου.
- (Δίνονται $\eta\mu 30^\circ = 0,5$ $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,9$ $\epsilon\phi 30^\circ = 0,6$)



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να γράψετε τις ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού ρητών αριθμών.

Θέμα 2^ο

- Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη, ποια εγγεγραμμένη και ποια σχέση συνδέει την επίκεντρη με την εγγεγραμμένη που έχει το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
- Να γράψετε τους τύπους του μήκους κύκλου, του μήκους τόξου, του εμβαδού κυκλικού δίσκου και του εμβαδού κυκλικού τομέα. (το τόξο είναι σε μοίρες)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

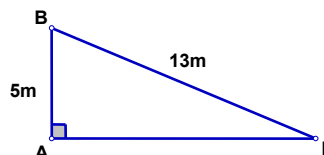
$$A = -7 - [-3 - 5^2 - (-3)^2] + (-2)^4 \cdot (-7) - (-6)^2 : (-3)$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi - 3}{4} - \frac{\chi - 2}{3} = \frac{\chi - 1}{2} - 6$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των οξείων γωνιών \hat{B} , $\hat{\Gamma}$ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$).



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ιδιότητες δυνάμεων ρητών αριθμών:

$$a^k \cdot a^l = \dots\dots$$

$$a^k : a^l = \dots\dots$$

$$(a \cdot b)^k = \dots\dots$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^k = \dots\dots$$

$$(a^k)^l = \dots\dots$$

β) Πότε η δύναμη a^v με εκθέτη v φυσικό αριθμό, είναι θετικός αριθμός και πότε αρνητικός;

Θέμα 2^ο

α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.

β) Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και να γράψετε γι αυτό τη σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα

γ) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγόρειου θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την παρακάτω εξίσωση: $\chi + \frac{\chi - 7}{6} - \frac{3 \cdot (\chi - 2)}{4} = \frac{2\chi + 1}{3}$

Άσκηση 2^η

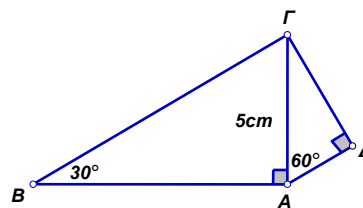
Στο διπλανό σχήμα είναι: $\widehat{BA\Gamma} = \widehat{A\Delta\Gamma} = 90^\circ$,

$$\widehat{\Gamma BA} = 30^\circ, \quad \widehat{\Gamma A\Delta} = 60^\circ \quad \text{και} \quad A\Gamma = 5\text{cm}.$$

Αν είναι γνωστό ότι $\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = 0,5$

και $\epsilon\phi 60^\circ = 1,732$ να υπολογίσετε τα τμήματα

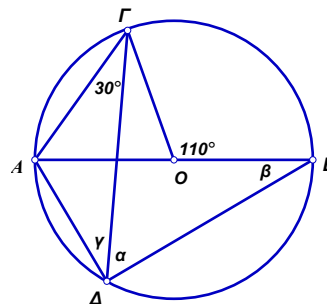
$B\Gamma$, $A\Delta$ και $B\Delta$.



Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες

$\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και τα τόξα $\widehat{B\Gamma}$, $\widehat{B\Delta}$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πως απαλείφουμε μια παρένθεση, όταν έχει μπροστά της το μείον;
- Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ετερόσημους αριθμούς;
- Πότε δύο αριθμοί είναι αντίστροφοι;

Θέμα 2^ο

- Διατυπώστε το Πυθαγόρειο θεώρημα μαζί με σχήμα και τύπο.
- Με τι ισούται η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi + 2}{5} = \frac{\chi - 3}{7}$

Άσκηση 2^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$2\chi + 3 > -5 \quad \text{και} \quad 3 \cdot (\chi - 1) + 5 < 2.$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας τιμών δύο ποσών:

χ	1	1,3	2,4	3,7
ψ	3	3,9	7,2	11,1

- Να αποδείξετε ότι τα ποσά είναι ανάλογα
- Να εκφράσετε το ψ ως συνάρτηση του χ .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Πότε οι αριθμοί α και β λέγονται αντίστροφοι; (να δώσετε ένα παράδειγμα).
b. Το μηδέν έχει αντίστροφο; (Αιτιολόγηση).
c. Να συμπληρωθούν οι ισότητες: $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \dots\dots\dots$ $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{-\nu} = \dots\dots\dots$ $\alpha^0 = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

- a. Τι ονομάζουμε συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
(Να δοθεί ορισμός και να γίνει σχήμα).
b. Να συμπληρωθούν οι προτάσεις::
 $\dots < \eta\mu\omega < \dots$, $\dots < \sigma\upsilon\nu\omega < \dots$,
«Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου, τότε το συνημίτονό της».
c. Υπάρχει οξεία γωνία $\hat{\omega}$ σε ορθογώνιο τρίγωνο, ώστε: $\eta\mu\omega = \frac{5}{2}$;
(Αιτιολόγηση).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{2\chi - 1}{3} - \frac{7\chi + 6}{12} = \frac{3\chi - 2}{4} + \frac{5\chi - 4}{6}$$

Άσκηση 2^η

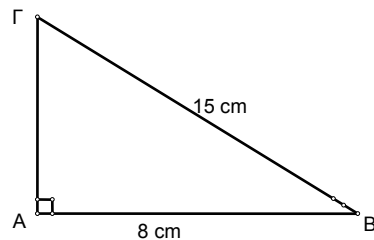
Να υπολογισθεί το μήκος κύκλου του οποίου το εμβαδόν (του κυκλικού δίσκου) είναι $113,04 \text{ m}^2$.

Άσκηση 3^η

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με $AB = 8 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 15 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

- a. Το μήκος της πλευράς AG .
b. Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας B .



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) να διατυπώστε το Θεώρημα του Πυθαγόρα.
- Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;

Θέμα 2^ο

Σε κύκλο (Ο, ρ)

- Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη και ποια επίκεντρη;
- Ποια σχέση συνδέει την επίκεντρη με την εγγεγραμμένη γωνία που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
- Γράψτε τους τύπους που εκφράζουν το μήκος ενός τόξου και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθούν οι εξισώσεις

- $3 \cdot (2\chi + 4) = 6\chi$
- $\chi - \frac{3 \cdot (\chi + 1)}{4} = \frac{2\chi - 1}{3}$

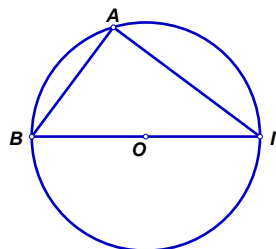
Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = -6 + 5 \cdot 2 + (-3)^2 \cdot 2 - 2^4 + (-4)^3 : 8 + [1 - (-1)^3] \cdot 2$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου του διπλανού σχήματος αν είναι, $AB = 6\text{cm}$ και $B\Gamma = 8\text{cm}$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γραφούν οι τύποι υπολογισμού των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας.
- Πως μεταβάλλονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας γωνίας όταν η γωνία αυξάνεται;

Θέμα 2^ο

- Να γραφεί το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- Να γραφεί το αντίστροφο του Πυθαγόρειου θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να εξεταστεί αν έχουν την ίδια τιμή οι παραστάσεις Α και Β.

$$A = 5 - \left(-\frac{1}{2} + 3\right) : \left(+\frac{1}{4}\right) + \left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$B = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{-1} - (2 - 5^{10})^0 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

Άσκηση 2^η

Να βρεθούν οι ακέραιοι αριθμοί που είναι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων:

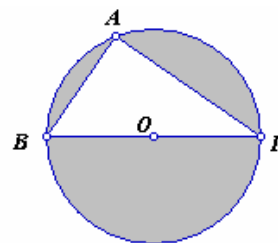
$$6(2\chi - 4) - 14(2\chi - 26) \geq 210 - 21(3\chi + 5)$$

$$\frac{1-4\chi}{2} + 1\frac{1}{6} > \frac{5\chi-2}{3} + 3$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα

- Να εξετάσετε τι τρίγωνο είναι το ΑΒΓ και να υπολογισθεί το εμβαδόν του.
- Να υπολογισθεί η ακτίνα του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.
- Να υπολογισθεί το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν.
Δίνεται $AB = 4\text{cm}$ $AG = 6\text{cm}$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
 B. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, να το ονομάσετε και να γράψετε τη σχέση που προκύπτει από την εφαρμογή του Πυθαγορείου Θεωρήματος σ' αυτό.
 C. Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού.

Θέμα 2^ο

- A. Τι ονομάζεται ημίτονο, τι συνημίτονο και τι εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;
 B. Ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
 $\square \eta\mu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\square \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\square \epsilon\phi 45^\circ = 1$
 $\square \eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\square \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\square \epsilon\phi 60^\circ = \sqrt{3}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $7 - \chi + \frac{3(\chi - 1)}{6} = \frac{2\chi - 1}{5}$

Άσκηση 2^η

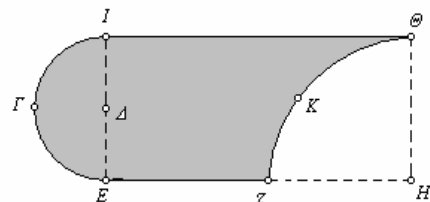
Να υπολογίσετε την τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης:

$$A = (-2)^4 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) - (-1)^{12} + 3^5 - (-3)^4 + 16 \cdot 2^{-4}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι:

Το ΗΓΕ ημικύκλιο κέντρου Δ και ακτίνας ΔΕ,
 το ΘΚΖ είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο Η και ακτίνα ΗΘ = 2ΔΕ, και το ΙΘ = 12cm, ΔΕ = 3cm και ότι το π = 3,14.



Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος αυτού:

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;

Τι μας δίνει το άθροισμά τους;

Ποιος είναι ο αντίθετος του χ ;

β) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίστροφοι;

Ποιος είναι ο αντίστροφος του χ ;

Το μηδέν έχει αντίστροφο; (Αιτιολόγηση)

γ) Συμπληρώστε τον ορισμό της δύναμης με βάση τον ρητό αριθμό $a \neq 0$ και εκθέτη

ι) Το μηδέν $a^0 =$ ιι) Το ένα $a^1 =$ ιιι) Τον ακέραιο n $a^{-n} =$

Θέμα 2^ο

α) Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία και τι εγγεγραμμένη.

β) Συμπληρώστε τις προτάσεις.

Η εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι της επίκεντρης γωνίας που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο.

Η εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με...του αντίστοιχου τόξου της.

γ) Να υπολογίσετε το μήκος s ενός τόξου μετρημένου σε μοίρες μ° .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

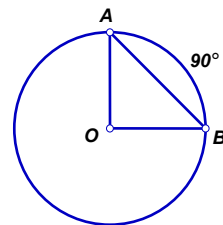
Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων.

α) $3\chi + 22 > 5\chi + 2$ β) $\frac{\chi - 2}{2} > \frac{\chi}{3} + \frac{1}{6}$

Άσκηση 2^η

Αν $A = (2^2)^3$ $B = (-2)^3 - 3^2 + (-1)^2$ $\Gamma = 2^8 \cdot 2^9 \cdot 2^{16}$

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A - 2(B - \Gamma)$



Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι

α) $\rho^2 = 8$, όπου ρ ακτίνα του κύκλου

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κύκλου

Δίνεται $AB = 4$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Για το διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο.

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα για

B. Να συμπληρωθούν τα κενά και να χαρακτηρισθούν

οι προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ).

$\gamma^2 = \dots + \dots$

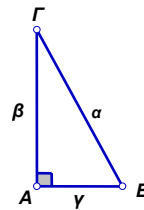
$\beta^2 = \dots - \dots$

$\alpha^2 = \dots - \dots$

$AB^2 = \dots + \dots$

$AG^2 = \dots - \dots$

$BG^2 = \dots - \dots$



ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

i) $AG^2 = GB^2 + BA^2$ (.....)

ii) $AB^2 = AG^2 + GB^2$ (.....)

iii) $AG^2 = AB^2 - BG^2$ (.....)

iv) $BG^2 = AB^2 + AG^2$ (.....)

v) $BG^2 = AB^2 - AG^2$ (.....)

Θέμα 2^ο

A. Να δοθούν οι παρακάτω ορισμοί:

- i) Ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
- ii) Συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
- iii) Εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

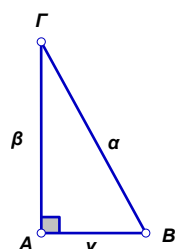
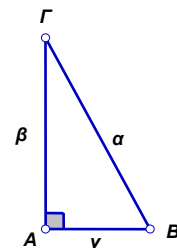
B. Με τη βοήθεια του σχήματος να συμπληρωθούν τα κενά και να χαρακτηρισθούν οι προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ).

$\eta\mu\Gamma = \dots = \frac{AB}{BG}$, $\epsilon\phi B = \frac{\beta}{\dots} = \frac{AG}{AB}$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{\beta}{\dots} = \dots$

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

i) $\eta\mu\Gamma = \frac{\beta}{\alpha}$, iv) $\eta\mu B = \frac{\beta}{\alpha}$, ii) $\sigma\upsilon\nu B = \frac{\gamma}{\alpha}$

v) $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{AG}{BG}$, iii) $\epsilon\phi B = \frac{\beta}{\gamma}$, vi) $\epsilon\phi\Gamma = \frac{\gamma}{AG}$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Έστω ισοσκελές τραπέζιο ABΓΔ με μεγάλη βάση AB=30cm, μικρή βάση ΓΔ=12cm και ίσες πλευρές ΑΔ=ΒΓ=15cm. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τραπέζιου.

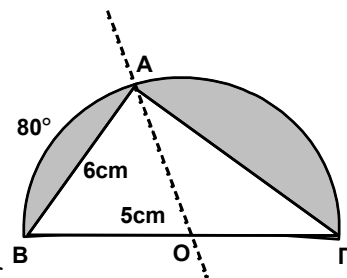
Άσκηση 2^η

Το $\frac{1}{6}$ των ποδοσφαιριστών μιας ομάδας είναι επιθετικοί, τα $\frac{3}{8}$ είναι παίκτες κέντρου, το $\frac{1}{3}$ είναι αμυντικοί, ενώ υπάρχουν και 3 τερματοφύλακες. Να βρεθεί πόσους παίκτες έχει συνολικά η ομάδα.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό ημικύκλιο είναι AB=6cm και $OB = \frac{BG}{2} = 5cm$.

- i) Να υπολογιστεί η γωνία A του τριγώνου ABΓ.
- ii) Να υπολογιστούν οι γωνίες B και Γ του τριγώνου ABΓ.
- iii) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ημικυκλίου.
- iv) Να υπολογιστεί το μήκος ΑΓ.
- v) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.
- vi) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ΟΑΓ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι.
- Να γράψετε τις ιδιότητες της πρόσθεσης.
- Να γράψετε τους ορισμούς των δυνάμεων.

Θέμα 2^ο

- Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα.
- Τι γνωρίζεται για την γραφική παράσταση της $\psi = \alpha\chi + \beta$ όταν ο χ είναι πραγματικός αριθμός.
- Να γράψετε τις ιδιότητες των αντιστρόφως αναλόγων ποσών

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{2\chi+1}{6} - \frac{5\chi-1}{3} - \frac{4(3\chi-1)}{9} \leq \chi - \frac{3-5\chi}{2}$$

Άσκηση 2^η

Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο είναι $AB = AG = 10\text{cm}$ και $BG = 12\text{cm}$.

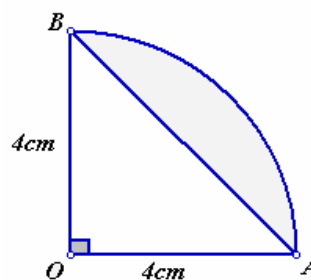
- Να κάνετε σχήμα και να υπολογίσετε το ύψος AD .
- Να υπολογίσετε το $\eta\mu B$, το $\sigma\upsilon\nu B$, και την $\epsilon\phi B$.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι η γωνία $AOB = \omega = \frac{\pi}{2}$

και η ακτίνα $\rho = OA = OB = 4\text{cm}$.

- Να υπολογίσετε σε μ° τη γωνία ω .
- Να υπολογίσετε το τόξο AB
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου κυκλικού τμήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να σχεδιάσετε και να δώσετε τους ορισμούς και τη σχέση που συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχη επίκεντρή της, σε κύκλο (O,ρ).
- b. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της πρώτης στήλης με τις σχέσεις της δεύτερης

Στήλη Α	Στήλη Β		
1. Εμβαδόν κυκλικού δίσκου	a. $\Gamma = \pi\delta$	1	
2. Μήκος τόξου	b. $\omega = \frac{360^\circ}{\nu}$	2	
3. Μήκος κύκλου	c. $E = \pi\rho^2$	3	
4. Εμβαδόν κυκλικού τομέα	d. $S = \frac{\pi\rho\mu}{180}$	4	
	e. $E = \frac{\pi\rho^2\mu}{360}$		

Θέμα 2^ο

- a. Διατυπώστε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Ζωγραφίστε ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΖ ($\hat{\Delta} = 1^\circ$) και γράψτε τις ισότητες του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- b. Δώστε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού α.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να τις παραστήσετε στον άξονα των πραγματικών αριθμών

$$\frac{3\chi+1}{2} \leq \frac{\chi-1}{5} + \frac{9\chi+3}{10} \quad \text{και} \quad 2(\chi+1) - 3 \cdot (\chi-4) > \chi+8$$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης

$$A = 5^2 + (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) - [(-2)^5 : 4] \cdot (-3) + [-2 + (-3)^2] \cdot (-7)$$

Άσκηση 3^η

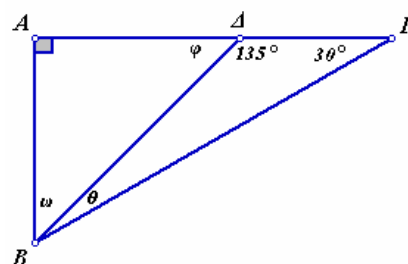
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$)

του διπλανού σχήματος δίνονται:

$$\hat{\Gamma} = 30^\circ, \widehat{B\Delta\Gamma} = 135^\circ \text{ και } A\Delta = 5\text{cm.}$$

Να υπολογίσετε :

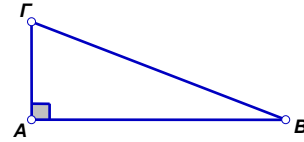
- a. Τις γωνίες ω, φ και θ
- b. Τις πλευρές ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Αν ω μια οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου, να γράψετε τον τύπο που μας δίνει την εφαπτομένη της γωνίας ω
- b. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, να βρείτε με τι ισούται το ημίτονο της γωνίας Β.



- c. Είναι δυνατό, αν ω οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου, το $\sin \omega = \frac{3}{2}$.

(Δικαιολογήστε την απάντησή σας)

Θέμα 2^ο

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και ακτίνας ρ.

- a. Να γράψετε έναν τύπο για την εύρεση του μήκους Γ του κύκλου.
- b. Ποια η σχέση εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
- c. Αν το αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης γωνίας είναι 80° , πόσων μοιρών είναι η εγγεγραμμένη;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = -2^2 - 2^3 + (-2)^2 + (-2)^2 - (-2)^2, \quad B = 3 - [7 - 5 \cdot (2 - 6)] \quad \text{και να βάλετε}$$

ανάμεσα στις παραστάσεις Α, Β το κατάλληλο σύμβολο (<, >, =)

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{1-3\chi}{2} + 2 = \frac{2\chi-1}{5} - \chi$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΒ = 6cm και ΒΓ = 10 cm. Με διάμετρο την ΒΓ σχεδιάζουμε ημικύκλιο. Να βρεθούν :

- a. Η πλευρά ΑΓ και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- b. Πόσο μεγαλύτερο είναι το εμβαδόν του ημικυκλίου από το εμβαδόν του τριγώνου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

ί) Να συμπληρώσετε τις προτάσεις :

Αν $a < 0$ και n άρτιος η δύναμη a^n είναιαριθμός.

Αν $a < 0$. και n περιττός η δύναμη a^n είναιαριθμός.

n a και n περιττός η δύναμη a είναι αριθμός.

ίί) Να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$$a^m \cdot a^n = \dots\dots\dots$$

$$a^m : a^n = \dots\dots\dots$$

$$(a \cdot \beta)^n = \dots\dots\dots$$

$$(a^m)^n = \dots\dots\dots$$

$$a^{-n} = \dots\dots\dots$$

Θέμα 2^ο

ι) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

ίί) Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και να γράψετε τη σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο αυτό.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση $\frac{\chi - 2}{3} + \frac{5\chi}{4} = 2\chi + 1$

Άσκηση 2^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $A\Gamma = 1,5\text{cm}$ και $B\Gamma = 2,5\text{cm}$ Να υπολογίσετε :

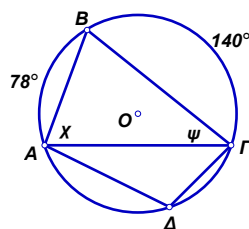
ί) την πλευρά AB

ίί) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B .

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\widehat{AB} = 78^\circ$ και $\widehat{B\Gamma} = 140^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$, \hat{B} και $\hat{\Delta}$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- c. Να γράψετε τις ιδιότητες των δυνάμεων (πέντε).
d. Να υπολογισθούν οι δυνάμεις:

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^2, (-1)^3, (-4)^{-3}, (6,75)^0, \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

Θέμα 2^ο

- d. Ανάλογα ποσά (Ορισμός – Ιδιότητες)
e. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά (Ορισμός – Ιδιότητες)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθεί η υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου
ΑΒΓ με κάθετες πλευρές β = 9dm και γ = 1200mm.

Άσκηση 2^η

Να λυθεί και επαληθευθεί η εξίσωση: $\frac{2\chi + 7}{4} - \frac{3 \cdot (\chi - 1)}{8} = \frac{5}{2}$

Άσκηση 3^η

Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

- a. $-(128 + 117) - [-69 + (-78 + 143)] - (-117 + 69)$.
b. $[(-5) \cdot 4 - (-2) \cdot (-8)] : [(-0,6) \cdot (-0,5) + 7 \cdot (-0,9)]$.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να συμπληρωθούν οι παρακάτω τύποι, δυνάμεις ρητών με εκθέτη ακέραιο.

1) $a^0 = \dots$ 2) $a^{-v} = \dots$ 3) $a^v \cdot a^u = \dots$ 4) $a^v : a^u = \dots$ 5) $(a \cdot \beta)^v = \dots$ 6) $(a^v)^u = \dots$

Θέμα 2^ο

- a. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;
b. Με ποια συνάρτηση εκφράζονται τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά και ποια είναι τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της γραφικής παράστασης αυτής της συνάρτησης;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την ανίσωση και να παραστήσετε την λύση στον άξονα.

$$\frac{2(x-1)}{5} - \frac{5x+6}{2} \geq -\frac{x+4}{10}$$

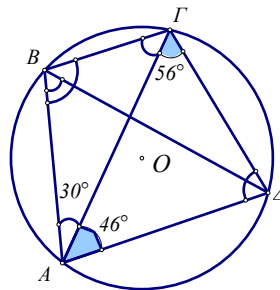
Άσκηση 2^η

Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $AB = 8\text{cm}$ και $B\Gamma = 10\text{cm}$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των οξείων γωνιών B και Γ .

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις εγγεγραμμένες γωνίες

$\widehat{AB\Delta}$, $\widehat{AB\Gamma}$, $\widehat{A\Gamma B}$, $\widehat{A\Delta\Gamma}$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;
- Ποια η σχέση μοιρών μιας εγγεγραμμένης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της;
- Δυο τόξα μ^ο πότε είναι ίσα;

Θέμα 2^ο

- Σε ορθογώνιο τρίγωνο τι ονομάζουμε συνημίτονο και τι εφαπτομένη οξείας γωνίας;
- Πώς μεταβάλλονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας οξείας γωνίας, όταν αυξάνεται η γωνία;
- Αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $\epsilon\phi\Gamma = 1$ ποιο είναι το συμπέρασμα για το τρίγωνο; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων Α και Β και να τις συγκρίνετε

$$A = 64 : (-2)^2 - 3^{-2} : 3^{-4} - [-8 + (-1)^7]$$

$$B = -6 \cdot 3^0 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

Άσκηση 2^η

Να βρείτε τις λύσεις της ανίσωσης και να τις δείξετε στον άξονα των ρητών αριθμών

$$\frac{\chi - 2}{3} - \frac{3(\chi - 1)}{2} < 5 - \frac{1 - \chi}{6}$$

Άσκηση 3^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι ΒΓ = 13cm και ΑΒ = 12cm. Να υπολογίσετε

- το μήκος της πλευράς ΑΓ
- τα ημΒ, συνΓ και εφΒ (Να γίνει σχήμα)

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$), να δώσετε τους ορισμούς:

- του ημιτόνου οξείας γωνίας
- του συνημιτόνου οξείας γωνίας
- της εφαπτομένης οξείας γωνίας

Θέμα 2^ο

Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα που ισχύει σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$). (διατύπωση – σχήμα – τύπος)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$-(3^2 - 4 \cdot 2) + (-2)^0 - [(-2)^2 - (4 - 5)] + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{4}{9}$$

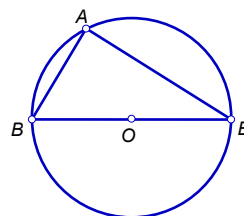
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-2}{3} - \frac{2x+2}{6} = \frac{1}{2} - \frac{2x-4}{4}$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $ΑΒΕ$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο $Ο$. Αν είναι $ΑΒ = 3$ και $ΑΕ = 4$, να υπολογίσετε:

- την διάμετρο του κύκλου
- το μήκος του κύκλου



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Με τι ισούται το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
- Πως μεταβάλλεται το καθένα όταν ελαττώνεται η γωνία.
- Μπορεί να είναι το ημω = 2; Γιατί;

Θέμα 2^ο

- Τι λέγεται επίκεντρη και τι εγγεγραμμένη σε κύκλο γωνία;
- Ποια η σχέση εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας σε κύκλο με το αντίστοιχο τόξο της;
- Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό; Είναι ο ρόμβος και το τετράγωνο κανονικά πολύγωνα και γιατί;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\chi - \frac{3(\chi - 2)}{4} = \frac{1}{2} - \frac{\chi + 4}{6}$

Άσκηση 2^η

Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (-2)^0 + 3 \cdot (-2)^3 + [15 : (-3) + 7] \cdot (-6) - [(-3)^2]^3 : (-3)^6.$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) με περίμετρο 36cm και βάση ΒΓ = 10cm. Να υπολογισθεί το ύψος ΑΔ και το εμβαδόν του τριγώνου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Τι ονομάζουμε δύναμη a^v με βάση το ρητό a και εκθέτη φυσικό $v > 1$;
- b. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:
 $a^0 = \dots$, $a^v = \dots$, $a^m \cdot a^n = \dots$, $a^m : a^n = \dots$, $(a^m)^n = \dots$
όπου a ρητός αριθμός διάφορος του μηδενός και m, n ακέραιοι.

Θέμα 2

- a. Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη και ποια εγγεγραμμένη;
- b. Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη και μια επίκεντρη γωνία που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
- c. Ποιο πολύγωνο ονομάζεται κανονικό;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

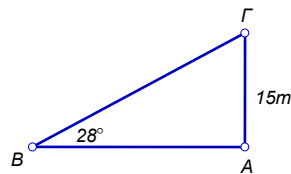
Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2x-1}{3} - \frac{6x-2}{4} = \frac{5x-4}{6}$

Άσκηση 2^η

Ένας παρατηρητής βλέπει μέσα από τη βάρκα ένα υψηλό σημείο της ακτής και η γωνία ύψους είναι $B = 28^\circ$. Αν το σημείο Γ έχει ύψος 15m,

- a. πόσο μακριά είναι η βάρκα από την ακτή;
- b. Πόσο απέχει η βάρκα από το σημείο Γ ;
($\eta\mu 28^\circ = 0,469$, $\sigma\upsilon\nu 28^\circ = 0,883$, $\epsilon\phi 28^\circ = 0,532$)



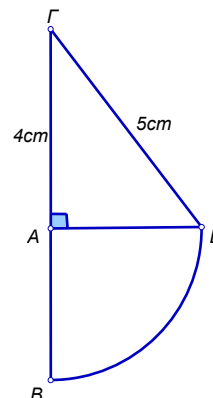
Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο

$AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές $A\Gamma = 4\text{cm}$ και $B\Gamma = 5\text{cm}$.

Με κέντρο το A και ακτίνα AB γράφουμε τεταρτοκύκλιο.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρώσετε τους 4 ορισμούς των Δυνάμεων:

$$a^v = \dots\dots\dots, \quad a^1 = \dots\dots\dots, \quad a^0 = \dots\dots\dots, \quad a^{-v} = \dots\dots\dots$$

b. Να συμπληρώσετε τις 6 ιδιότητες των Δυνάμεων:

$$a^k \cdot a^l = \dots\dots\dots, \quad (a \cdot b)^k = \dots\dots\dots, \quad \frac{a^k}{a^l} = \dots\dots\dots, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^k = \dots\dots\dots, \quad (a^k)^l = \dots\dots\dots, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-k} = \dots\dots\dots$$

c. Γράψτε πιο απλά τις 4 παρακάτω παραστάσεις:

$$a \cdot a^7 = \dots\dots\dots, \quad a \cdot a \cdot a \cdot a = \dots\dots\dots, \quad \frac{a^8}{a} = \dots\dots\dots, \quad \frac{a}{a^9} = \dots\dots\dots$$

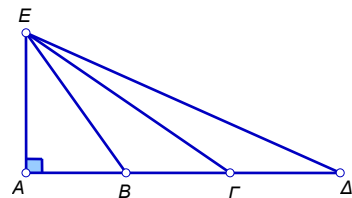
Θέμα 2^ο

a. Ποιοι είναι και πως ορίζονται οι Τριγωνομετρικοί Αριθμοί μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;

b. Στο διπλανό σχήμα είναι $\hat{A} = 90^\circ$. Να συμπληρώσετε

τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

$$\eta\mu B = \dots\dots\dots, \quad \sigma\upsilon\upsilon\Gamma = \dots\dots\dots, \quad \epsilon\phi\Delta = \dots\dots\dots, \quad \sigma\phi E = \dots\dots\dots,$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

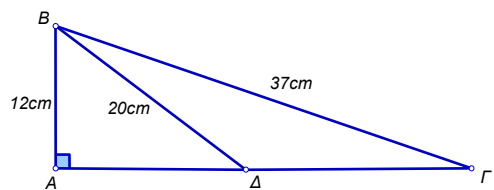
Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $-\frac{5\chi-1}{3} + \frac{4\chi-2}{9} = -\frac{3\chi+8}{2} + 3$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα είναι: $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 12\text{cm}$,
 $BD = 20\text{ cm}$ και $B\Gamma = 37\text{ cm}$. Με την βοήθεια των 2 ορθογώνιων τριγώνων του σχήματος και με το Πυθαγόρειο Θεώρημα, να υπολογίσετε:

α) την $A\Delta$, β) την $A\Gamma$, γ) την $\Delta\Gamma$.



Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τις έξι παρακάτω παραστάσεις:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \dots\dots\dots, \quad \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \dots\dots\dots, \quad (-7+5)^4 = \dots\dots\dots,$$

$$-(-2-2)(+3-9)(1-3) = \dots\dots\dots, \quad \frac{7^{19}}{7^{16}} = \dots\dots\dots, \quad \frac{3^{23}}{3^{25}} = \dots\dots\dots$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Τι ονομάζουμε δύναμη με βάση το ρητό a και εκθέτη το φυσικό $v > 1$;
b. Να συμπληρωθούν οι ισότητες :

$$a^m \cdot a^v = \dots, (a^v)^m = \dots, a^v \cdot \beta^v = \dots, a^0 = \dots, a^{-v} = \dots \quad (\text{όπου } a \neq 0, \beta \neq 0)$$

- c. Πότε μια δύναμη με βάση ρητό αριθμό είναι θετικός αριθμός ;

Θέμα 2^ο

- a. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ .
b. Πώς μεταβάλλονται το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας όταν αυξάνεται η γωνία ;
c. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $\epsilon\phi\beta = 1$,τι συμπεραίνετε για τις κάθετες πλευρές του τριγώνου ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$-\frac{3}{4} : \frac{3}{2} - \left[(10-12)^2 - 3^5 : 3^3 \right] \cdot (-5 \cdot 4^2)^0 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} \cdot 2 - (-1) \cdot \left(+\frac{1}{2} \right) =$$

Άσκηση 2^η

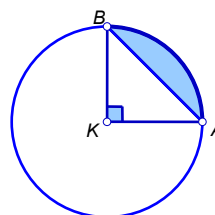
Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων :

$$\frac{\chi + 4}{3} - \frac{\chi - 4}{5} - 2 \geq \frac{3\chi - 1}{15} \quad \text{και} \quad 10 \cdot (\chi + 2) - 4 \cdot (2\chi + 3) < 5 \cdot (\chi + 4)$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται κύκλος (K, ρ) με μήκος $\Gamma = 62,8\text{cm}$.

Αν είναι $KA \perp KB$, να βρεθεί το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους..



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι;
(Να γράψετε στην κάθε περίπτωση και από ένα παράδειγμα)
- Το μηδέν έχει αντίστροφο; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
- Τι συμπεραίνετε για τα πρόσημα δυο αριθμών, όταν έχουν άθροισμα αρνητικό;
(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

Θέμα 2^ο

- Πως ορίζεται το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ορθογωνίου τριγώνου $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$); (Να γίνει σχήμα.)
- Όταν αυξάνεται η οξεία γωνία ω , πώς μεταβάλλονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί;
- Ποιες από τις σχέσεις $\eta\omega = \frac{8}{9}$, $\sigma\upsilon\omega = \frac{7}{3}$, $\epsilon\phi\omega = 2$ είναι σωστές και γιατί;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K=2A-3B$, όταν:

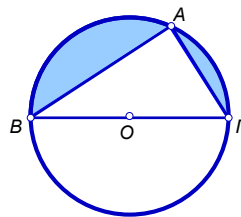
$$A = (-1)^6 - (-2)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \quad \text{και} \quad B = -2^3 - (5-3)^4 + (6+4)^3 : (-5)^2$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{3x-5}{2} - \frac{4x-2}{5} \geq \frac{3(x-2)}{10} + \frac{x-4}{2}$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο $ΑΒΓ$, εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) με πλευρές $ΑΒ = 16\text{cm}$ και $ΒΓ = 12\text{cm}$. Να βρεθεί το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας του σχήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

α. Πώς πολλαπλασιάζουμε δυο ακέραιους αριθμούς διαφορετικούς του μηδενός; (δυο κανόνες)

β. Να γράψετε με μεταβλητές τις παρακάτω ιδιότητες του πολλαπλασιασμού:

Προσεταιριστική - επιμεριστική (ως προς την αφαίρεση) – Αντιμεταθετική.

Θέμα 2^ο

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$):

α. Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου, του συνημιτόνου και της εφαπτομένης της οξείας γωνίας Γ.

β. Ποιες τιμές μπορούν να πάρουν το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας ;

γ. Πώς μεταβάλλεται το συνημίτονο και πώς η εφαπτομένη της γωνίας όταν αυτή αυξάνεται;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

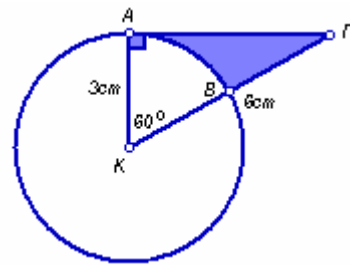
Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $KA \perp AG$,

$\widehat{AK\Gamma} = 60^\circ$, $AK = 3\text{cm}$ και $K\Gamma = 6\text{cm}$.

Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους

του σχήματος. (Δίνονται : $\sqrt{27} \approx 5,2$ και $\sqrt{3} \approx 1,7$)



Άσκηση 2^η

$$\text{Αν } \chi = \left[\left(\frac{1}{9} \right)^{-1} \cdot (-1)^{2005} \right] : (+3) - \frac{4}{3} \text{ και } \psi = \left[\frac{2}{3} + (-1)^{-1} \right] : \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^{-2} + \left(-\frac{4}{5} \right)^0 \right]$$

να αποδείξετε ότι οι αριθμοί χ και ψ είναι αντίστροφοι.

Άσκηση 3^η

Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων :

$$7 - 2(\chi - 1) \leq 3(2\chi - 5) + 8 \text{ και } \frac{3(2\chi - 1)}{5} - \frac{\chi + 4}{2} < \frac{\chi - 2}{10}$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Τι λέμε ν-οστή δύναμη ενός αριθμού α;
β. Ορισμοί και ιδιότητες των δυνάμεων.

Θέμα 2^ο

Κατασκευάστε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ

- α. Γράψτε το πυθαγόρειο θεώρημα και τη σχέση που το εκφράζει
β. Γράψτε το πυθαγόρειο θεώρημα για κάθετη πλευρά και τις δύο σχέσεις που το εκφράζουν.
γ. Γράψτε το αντίστροφο για το πυθαγόρειο θεώρημα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογιστεί η τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = (-2)^4 \cdot 3 - 3^2 + (-5)^3 : 25 + [3 - (-3)^2 - 2]$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{5x-16}{6} - \frac{x+1}{3} = -\frac{x+8}{12}$

Άσκηση 3^η

Από μια ορθογώνια λαμαρίνα με πλευρές $a = 10\text{cm}$ και $\beta = 30\text{cm}$ κόβουμε ένα κυκλικό δίσκο διαμέτρου 20mm .

Να βρεθούν:

- α. Οι περιμέτροι του ορθογωνίου και του κυκλικού δίσκου.
β. Το εμβαδόν της λαμαρίνας που απομένει.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες:

$$\frac{\alpha^v}{\beta^v} = \dots, \quad \frac{\alpha^v}{\alpha^k} = \dots, \quad \alpha^v \cdot \alpha^k = \dots, \quad \alpha^{-v} = \dots, \quad \alpha^v \beta^v = \dots$$

b. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες:

$$(-1)^{2004} = \dots, \quad 1^v = \dots, \quad \alpha^1 = \dots, \quad (-1)^{2005} = \dots, \quad \alpha^0 = \dots$$

Θέμα 2^ο

- Πότε μία γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο.
- Πότε μία γωνία λέγεται επίκεντρη σε κύκλο.
- Ποια η σχέση μεταξύ εγγεγραμμένης γωνίας και της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

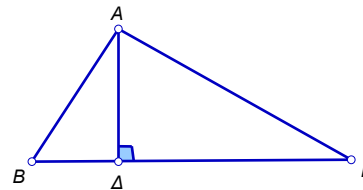
Άσκηση 1^η

- Να λυθεί η ανίσωση: $x - \frac{2x-1}{3} < 2$
- Να λυθεί η ανίσωση: $2(x-2) - 3(2x-5) < 3$
- Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων .

Άσκηση 2^η

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με ΑΓ = 12 και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$

όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα..

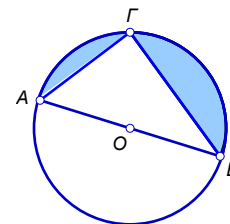


- Να βρείτε το ύψος ΑΔ.
- Αν είναι $\widehat{BA\Delta} = 37^\circ$, να βρείτε το τμήμα ΑΒ.
- Να βρείτε τα ημΒ, συνΒ και εφΒ.

Δίνεται: $\text{συν}37^\circ = 0,8$.

Άσκηση 3^η

Δίνεται κύκλος (Ο, ρ). Φέρνουμε την διάμετρο ΑΒ, θεωρούμε σημείο Γ πάνω στον κύκλο ώστε ΑΓ = 6 και ΓΒ = 8, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα .

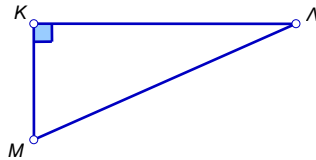


- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και να βρείτε την ακτίνα του κύκλου
- Να βρείτε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.
- Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος .

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Σε ποιο τρίγωνο εφαρμόζεται το Πυθαγόρειο Θεώρημα;
- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. (σχήμα , σχέσεις)
- Εφαρμόστε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο παρακάτω τρίγωνο



Θέμα 2^ο

- Πως ορίζεται η δύναμη με εκθέτη ακέραιο αριθμό ;
- Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων με εκθέτη ακέραιο αριθμό;
- Να χαρακτηρίσετε ως **ΣΩΣΤΕΣ (Σ)** ή **ΛΑΘΟΣ (Λ)** τις παρακάτω σχέσεις:

$$-2^3 < 0 \quad (-1)^4 < 0 \quad (-2)^5 > 0 \quad (-3)^2 > 0$$

Σ - Λ Σ - Λ Σ - Λ Σ - Λ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση και να γίνει επαλήθευση $\chi - \frac{2\chi - 1}{3} = \frac{3(\chi + 1)}{4}$

Άσκηση 2^η

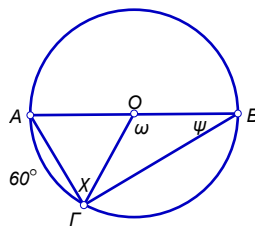
$$A = (-2)^2 + (-1)^5$$

Αν $B = (-1)^2 (-45)^0$ Να υπολογιστεί η παράσταση $K = 2A - B^5 + \Gamma^{10}$

$$\Gamma = (-3)^0 (-1)^{153}$$

Άσκηση 3^η

Να υπολογιστούν οι άγνωστες γωνίες χ , ω , ψ του σχήματος



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Δίνεται τρίγωνο ΚΛΜ με τη γωνία Κ ορθή. Να γίνει κατάλληλο σχήμα.

Α. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο θεώρημα και να γραφεί η ισότητα που συνδέει τις πλευρές του τριγώνου ΚΛΜ.

Β. Να δοθεί ο ορισμός του συνημίτονου οξείας γωνίας σε ορθογώνιο τρίγωνο και να γραφούν το $\sin M$ και το $\sin \Lambda$.

Γ. Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις δεν μπορεί να ισχύουν;

$\eta\mu M = \frac{2}{3}$, $\sigma\upsilon\nu M = 4$, $\sigma\upsilon\nu \Lambda = \frac{1}{2}$, $\eta\mu \Lambda = -3$. Δικαιολογήστε την απάντησή σας

Θέμα 2^ο

Α. Αφού σχεδιάσετε κατάλληλο σχήμα να δοθεί ο ορισμός της εγγεγραμμένης και της επίκεντρης γωνίας. Ποια σχέση τις συνδέει όταν βαίνουν στο ίδιο τόξο;

Β. Τι ονομάζουμε κανονικό πολύγωνο; Ποιο τρίγωνο και ποιο τετράπλευρο είναι κανονικά;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

$$A = \frac{(-6 + 4)^3}{2^2} + 1 - (3 - 4) + [6 + (5 - 9)^2]$$

$$B = 7 \cdot 2^{-3} + 4 \cdot 3^{-1} - \frac{5}{24} + 1917^0$$

Α. Να αποδείξετε ότι $A = 22$ και $B = 3$

Β. Να λυθεί η εξίσωση $3x + A - 2B = 4x + 5$

Άσκηση 2^η

Δίνεται κύκλος ακτίνας $\rho = 5$.

Α. Να βρεθεί το εμβαδόν και η περίμετρος του κύκλου.

Κανονικό οκτάγωνο είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο αυτό.

Β. Να γίνει κατάλληλο σχήμα, να αποδείξετε ότι η κεντρική γωνία του είναι 45° και να βρείτε πόσες μοίρες είναι η κάθε γωνία του οκταγώνου.

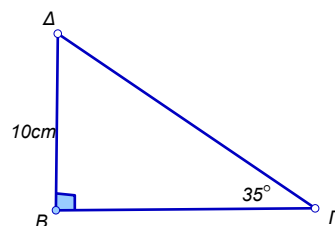
Γ. Να βρεθεί η πλευρά l του οκταγώνου

Άσκηση 3^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΔΓ ($\hat{B} = 90^\circ$) του διπλανού

σχήματος είναι $\hat{\Gamma} = 35^\circ$ και $\Delta B = 10\text{cm}$. Να βρεθούν

οι υπόλοιπες πλευρές και γωνίες του τριγώνου.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών αριθμών;
- Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;
- Το μηδέν έχει αντίστροφο; (Αιτιολόγηση)

Θέμα 2^ο

- Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία;
- Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία;
- Ποια είναι η σχέση μεταξύ επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x+2}{3} - \frac{3x+1}{4} = -x - \frac{3}{4}$

Άσκηση 2^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΒ = 12cm και ΒΓ = 13cm. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.

Άσκηση 3^η

Δίνεται κύκλος με περίμετρο 25,12cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πως απαλείφουμε παρενθέσεις ;
- Πως πολλαπλασιάζουμε ομόσημους και πως ετερόσημους ρητούς αριθμούς;
- Αν α , β είναι ρητοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός και ν , μ ακέραιοι με τα ν , $\mu > 1$ να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \dots, \quad \alpha^\mu : \alpha^\nu = \dots, \quad \alpha^\nu \cdot \beta^\nu = \dots, \quad \frac{\alpha^\nu}{\beta^\nu} = \dots, \quad (\alpha^\nu)^\mu = \dots$$

Θέμα 2^ο

- Ποια σχέση συνδέει την εγγεγραμμένη με την επίκεντρη γωνία που αντιστοιχούν στο ίδιο τόξο;
- Τι ονομάζουμε κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου και με τι ισούται
- Γράψτε τους τύπους που δίνουν:
 - το μήκος του κύκλου με ακτίνα ρ ,
 - το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με ακτίνα ρ .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = -5^2 - \left[-26 - 3 \cdot (-2)^3 \right] + 6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^{-1} - 2005^0$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση:

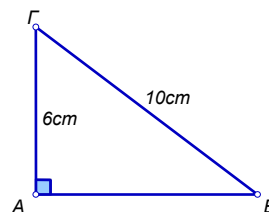
$$\frac{x+2}{3} - \frac{x}{2} = 2x - \frac{x+8}{6}$$

Άσκηση 3^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με ($\hat{A} = 90^\circ$) και

πλευρές ΑΓ = 6cm και ΒΓ = 10 cm να βρείτε:

- την πλευρά ΑΒ
- τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$.

- Να δώσετε τους ορισμούς των $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$ και $\epsilon\phi B$.
- Αν $\hat{B} = 60^\circ$, ποιες είναι οι τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας Β;
- Είναι δυνατόν να είναι $\eta\mu B = 2$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

- Τι ονομάζουμε δύναμη a^v με βάση το ρητό a και εκθέτη φυσικό $v > 1$;
- Πότε μια τέτοια δύναμη του a) ερωτήματος, με βάση αρνητικό αριθμό είναι θετικός και πότε αρνητικός αριθμός; Να δώσετε από ένα παράδειγμα.
- Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες (για τις τιμές των γραμμάτων που έχουν νόημα):

$$\frac{a^v}{\beta^v} = \dots\dots, \quad a^m \cdot a^v = \dots\dots, \quad a^0 = \dots\dots, \quad \left(\frac{a}{\beta}\right)^{-v} = \dots\dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Ένας κύκλος έχει μήκος 62,8cm.

- Υπολογίστε την διάμετρό του.
- Πόσο είναι το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού δίσκου;
- Βρείτε το μήκος ενός τόξου 18° του ίδιου κύκλου.

Άσκηση 2^η

- Να λύσετε την εξίσωση: $x + \frac{2x+1}{3} = \frac{x-1}{2} - \frac{3}{2}$ και να δικαιολογήσετε ότι η λύση της είναι ο αριθμός -2 .
- Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = (2a-4) \cdot 2^a - 3 \cdot 3^{-a} - (a+7) - a - a^2$, όπου a είναι η λύση της παραπάνω εξίσωσης.

Άσκηση 3^η

Σε τρίγωνο ΚΛΜ τα μήκη των πλευρών του είναι:

$$KM = \sqrt{64} + 2 \cdot \sqrt{36}, \quad LM = 24, \quad KL = \sqrt{16} + 2 \cdot \sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{(-1)^{2006}}.$$

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την ΛΜ.
- Υπολογίστε το ύψος ΚΡ.
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΚΛΜ και να προσδιορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Μ.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να γράψετε τον ορισμό της δύναμης a^v με βάση ρητό a και εκθέτη φυσικό $v > 1$
- Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τις παρακάτω ιδιότητες των

δυνάμεων : $a^m \cdot a^v = \dots$, $a^m : a^v = \dots$, $(a \cdot \beta)^v = \dots$, $\left(\frac{a}{\beta}\right)^v = \dots$,

$(a^m)^v = \dots$, $a^0 = \dots$, a^{-v} όπου $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$.

Θέμα 2^ο

Σε κύκλο με κέντρο O και ακτίνα ρ

- Τι ονομάζουμε επίκεντρη γωνία
- Τι ονομάζουμε εγγεγραμμένη γωνία
- Ποια είναι η σχέση της επίκεντρης και της εγγεγραμμένης που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο.

Άσκηση 1^η

Αν είναι $A = (-3)^2 - 5 \cdot (-2) + 2005^0$ και $B = 6 \cdot (-2) + (-2)^3 - (-3) \cdot (+8)$

- να υπολογίσετε την τιμή της κάθε παράστασης
- να δείξετε ότι $A + B = 24$

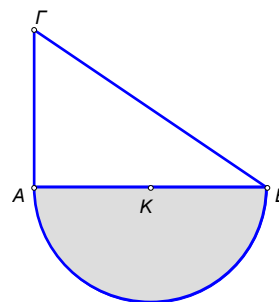
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση $\frac{3x - 1}{2} - \frac{x + 2}{3} = \frac{x - 4}{6}$

Άσκηση 3^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) είναι $B\Gamma = 15\text{cm}$ και $A\Gamma = 9\text{cm}$. Με κέντρο το μέσο K της AB γράφουμε ημικύκλιο.

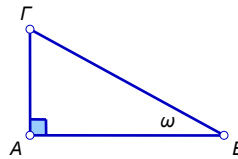
- Να δείξετε ότι $AB = 12\text{ cm}$
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμωσκιασμένου ημικυκλικού τμήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω



Θέμα 2^ο

- Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο;
- Πότε μια γωνία λέγεται επίκεντρη;
- Ποια η σχέση επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

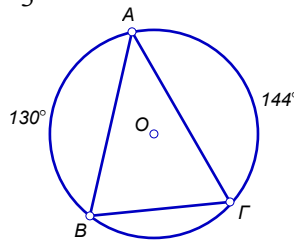
$$A = -2^3 + (-1)^2 - (-100)^0 - (-3)^2 - 5^2$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση, $\frac{2\chi - 3}{6} - \frac{7\chi - 3}{2} = \frac{3\chi - 5}{3}$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα, να υπολογίσετε σε μοίρες το τόξο ΒΓ καθώς και τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να συμπληρώσετε τα επόμενα: **α.** $a^0 = \dots$ **β.** $a^1 = \dots$ **γ.** $a^{-v} = \dots$
δ. $a^m \cdot a^v = \dots$ **ε.** $a^m : a^v = \dots$ **ζ.** $(a^m)^v = \dots$ **η.** $a^v \cdot \beta^v = \dots$ **θ.** $a^v : \beta^v = \dots$
- b. Έστω a ένας αρνητικός αριθμός και v ένας μη μηδενικός ακέραιος. Πότε το a^v είναι θετικό και πότε αρνητικό;

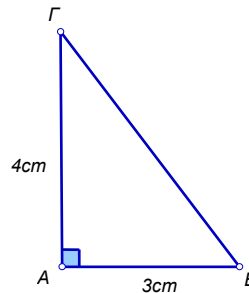
Θέμα 2^ο

- A. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα και πότε αντιστρόφως ανάλογα;
 B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω:
 a. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$, με x πραγματικό αριθμό, είναι ...
 b. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$, με x πραγματικό αριθμό, είναι ...

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$), είναι $AB = 3\text{cm}$ και $AG = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε:



- a. το μήκος της ΒΓ.
 b. το ημΒ, το συνΒ και την εφΒ.

Άσκηση 2^η

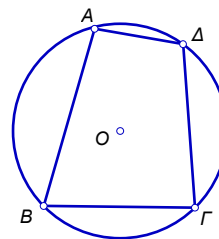
- a. Να λύσετε την ανίσωση $3x + 15 < 8x + 20$.
 b. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{3x-1}{5} - \frac{x-2}{2} \leq 3 - \frac{3x-2}{2}$.
 c. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων.

Άσκηση 3^η

Στον διπλανό κύκλο είναι:

$$\widehat{AB} = x + 50^\circ, \widehat{B\Gamma} = 2(x - 25^\circ),$$

$$\widehat{\Gamma\Delta} = 170^\circ - x \text{ και } \widehat{A\Delta} = x - 20^\circ.$$



Να υπολογίσετε:

- a. πόσες μοίρες είναι τα παραπάνω τόξα
 b. πόσες μοίρες είναι οι γωνίες A, B, Γ και Δ.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Αν a και β είναι ρητοί αριθμοί και μ, ν είναι φυσικοί αριθμοί με $\mu > 1$ και $\nu > 1$, να συμπληρώσετε τις ισότητες:

i. $a^{-\nu} = \dots$ ii) $a^0 = \dots$ iii) $a^\nu \cdot a^\mu = \dots$ iv) $(a^\nu)^\mu = \dots$

B. Να συμπληρώσετε με τις λέξεις «**θετικός**» ή «**αρνητικός**» τις προτάσεις:

- i. Δύναμη με βάση θετικό αριθμό είναι αριθμός.
- ii. Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη άρτιο είναι αριθμός.
- iii. Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη περιττό είναι αριθμός.

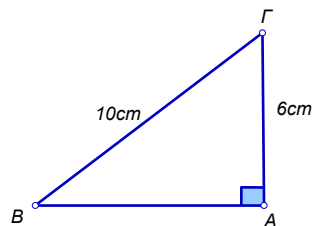
Θέμα 2^ο

- i. Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της; Να κάνετε το σχήμα.
- ii. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της; Να κάνετε το σχήμα
- iii. Ποια η σχέση μεταξύ μιας επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν είναι $AG = 6\text{cm}$ και $BG = 10\text{cm}$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών B και Γ.



Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi - 1}{6} - \frac{\chi - 2}{4} = \frac{\chi - 3}{3} - 2$

Άσκηση 3^η

Αν το μήκος ενός κύκλου είναι 62,8cm να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Διατυπώστε το Πυθαγόρειο θεώρημα
b. Στο διπλανό σχήμα ποια από τις παρακάτω ισότητες **δεν**

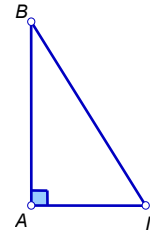
ισχύει αν εφαρμόσουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα :

A . $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$

B . $A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2$

Γ . $AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$

Δ . $AB^2 = A\Gamma^2 + B\Gamma^2$



Θέμα 2^ο

- a. Τι λέγεται εγγεγραμμένη γωνία και τι επίκεντρη
b. Αν μια εγγεγραμμένη γωνία είναι 30° το αντίστοιχο τόξο της είναι:

A . 30° **B .** 45° **Γ .** 60° **Δ .** 15°

- a. Αν μια επίκεντρη γωνία είναι 30° το αντίστοιχο τόξο της είναι:

A . 30° **B .** 45° **Γ .** 60° **Δ .**

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να συγκρίνετε τις τιμές των παραστάσεων :

$$A = (4^2 : 2^3 - 20 : 5) - 3 \cdot (2 \cdot 3 - 2^2) + 3^2 \quad \text{και} \quad B = \frac{(215^2)^3 \cdot (215^{-3})^{-4}}{(215^{-3})^{-3} \cdot (215^2)^4}$$

Άσκηση 2^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με υποτείνουσα $B\Gamma = 20\text{cm}$ και κάθετη πλευρά την

$AB = 16\text{cm}$ να συγκρίνετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma$, $\epsilon\phi\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu B$

Άσκηση 3^η

Ένα τόξο κύκλου έχει μήκος $12,56\text{cm}$ και η επίκεντρη γωνία του είναι 120° . Να βρεθεί το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
b. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και να γράψετε την σχέση που συνδέει τις πλευρές του, σύμφωνα με το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

Θέμα 2^ο

- a. Τι ονομάζουμε ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ;
b. Πως μεταβάλλονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου όταν η γωνία αυξάνεται ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x+2}{12} = \frac{2-x}{4} + 1$

Άσκηση 2^η

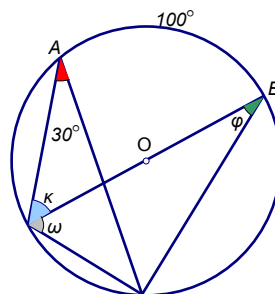
Να βρεθούν τα:

$$A = 2^3, \quad B = \frac{3^5 \cdot 3^2}{3^6}, \quad \Gamma = \left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-16}$$

και στην συνέχεια να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $3(2B - A) - 4\Gamma$.

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό κύκλο με κέντρο Ο είναι $\hat{A} = 30^\circ$ και $\widehat{AB} = 100^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες φ, ω αιτιολογώντας την απάντησή σας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Πως προσθέτουμε δύο ετερόσημους αριθμούς;
- b. Πως πολλαπλασιάζουμε πολλούς μη μηδενικούς αριθμούς;
- c. Πότε δύο αριθμοί είναι αντίστροφοι;

Θέμα 2^ο

- a. Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη και μια επίκεντρη γωνία στον ίδιο κύκλο, που έχουν το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
- b. Τι σχέση έχει μια εγγεγραμμένη γωνία με το αντίστοιχο τόξο της;
- c. Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3-5\chi}{3} = \frac{\chi-1}{2} - \frac{13\chi}{6}$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

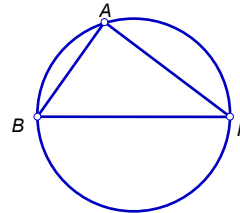
$$3 \cdot 2^{\chi+1} - 2 \cdot \chi^2 + 6 \cdot \chi^{\chi+2}, \text{ όταν } \chi = -2.$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι το τόξο

ΒΓ έχει μέτρο 180° .

Δίνεται: $AB = 6\text{cm}$, $AG = 8\text{cm}$, $BG = 10\text{cm}$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Σε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων, όταν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι:

- άρτιος αριθμός, τότε το γινόμενό τους είναι αριθμός.
- περιττός αριθμός, τότε το γινόμενό τους είναι αριθμός.
- οποιοσδήποτε φυσικός, ενώ υπάρχει στο γινόμενο έστω και ένας παράγοντας μηδέν τότε το γινόμενο είναι

B. Να συμπληρωθούν οι ισότητες :

$$a^v \cdot \beta^v = \dots\dots\dots, \quad (a^v)^u = \dots\dots\dots, \quad a^{-v} = \dots\dots\dots, \quad \left(\frac{a}{\beta}\right)^{-v} = \dots\dots\dots$$

Γ. Να δικαιολογήσετε γιατί το μηδέν δεν έχει αντίστροφο.

Θέμα 2^ο

- Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;
- Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων $\chi'\chi$ και $\psi'\psi$ σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;
- Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = -5 \cdot (-7 + 2)^2 + 3 \cdot (-9 + 4)^3 - 2 \cdot (-8^2 + 6^3)$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-1}{2} - \frac{2x+1}{3} = \frac{x+3}{6} - 4$

Άσκηση 2^η

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$, ισχύει $\eta\mu B = 0,6$ και $ΑΓ = 9\text{cm}$. Να υπολογίσετε τις πλευρές ΑΒ και ΒΓ.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Πως ορίζεται η διαφορά του ρητού αριθμού β από τον ρητό α;
- Πως απαλείφουμε παρενθέσεις;
- Πως ορίζεται η διαίρεση του ρητού αριθμού α με τον ρητό β;

Θέμα 2^ο

- Τι ονομάζεται κανονικό πολύγωνο;
- Να γράψετε τον τύπο της κεντρικής γωνίας ενός κανονικού πολυγώνου (ω) και τη σχέση της με τη γωνία (φ) του κανονικού πολυγώνου.
- Ποια σχέση συνδέει το μέτρο ενός τόξου σε μοίρες (μ°) και το μέτρο του ίδιου τόξου σε ακτίνια (a^Γ).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = -9 - [-5^2 - 8 - (-3)^3] - 18 : (-3) + 11 \cdot (-2)$$

Άσκηση 2^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$4x - 2 > 3x - 5 \quad \text{και} \quad \frac{x}{2} - \frac{x}{3} < 1$$

Άσκηση 3^η

Η διάμετρος του τροχού ενός αυτοκινήτου είναι 80cm. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τροχού και πόσες στροφές θα κάνει ο τροχός για να διανύσει απόσταση 25Km.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Σε κύκλο (O, ρ) , ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη και ποια επίκεντρη;
- Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχη επίκεντρη;
- Σε κύκλο (O, ρ) να γράψετε τους τύπους που μας δίνουν:
 - Το μήκος κύκλου
 - Το εμβαδόν κύκλου
 - Το μήκος τόξου μ°
 - Το εμβαδόν κυκλικού τομέα μ°

Θέμα 2^ο

- Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα και να γράψετε την αντίστοιχη σχέση.
- Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = -6 + 5 \cdot 2 + (-3)^2 \cdot 2 - 2^4 + (-4)^3 : 8 + [1 - (-1)^3] \cdot 2 + 4 \cdot 2^{-2} - 7^0$$

Άσκηση 2^η

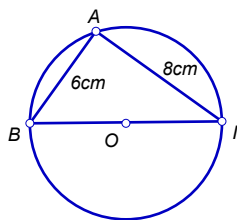
Να λύσετε την εξίσωση: $\chi - \frac{3(\chi + 1)}{4} = \frac{2\chi - 1}{3}$

Άσκηση 3^η

Σε κύκλο διαμέτρου $B\Gamma$ του σχήματος $AB = 6\text{cm}$, $A\Gamma = 8\text{cm}$.

Να υπολογίσετε:

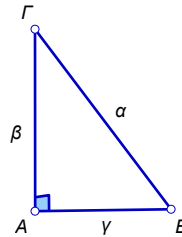
- Την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$
- Το μήκος του κύκλου
- Το εμβαδόν του κύκλου



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα
- Να γράψετε τη σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο Θεώρημα για το διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο



Θέμα 2^ο

- Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;
- Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχη επίκεντρη και το τόξο στο οποίο βαίνει;
- Πόσων μοιρών είναι η κεντρική γωνία ενός κανονικού δεκαπενταγώνου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 4^2 + (-3)(+2)(-1) - (-8) : (+2) - 8 \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) - 27 \cdot 3^{-2}$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{2x-1}{2} + 3x = \frac{2-x}{6}$

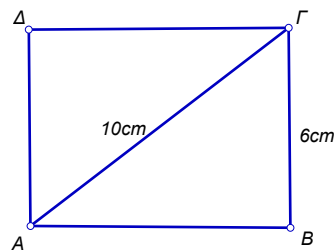
Άσκηση 3^η

Δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

ΑΒΓΔ με ΒΓ = 6cm και ΑΓ = 10cm.

Να υπολογίσετε :

- το μήκος της πλευράς ΑΒ.
- το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β΄
1. Απόλυτη τιμή	a. x^v
2. Αντίθετος του χ	b. $-x$
3. Αντίστροφος του χ	c. $\sqrt{x} \quad x > 0$
4. Νιοστή δύναμη του χ	d. $\frac{1}{x} \quad x \neq 0$
5. τετραγωνική ρίζα του χ	e. $ x $

a. Σε κάθε έννοια της πρώτης στήλης να αντιστοιχίσετε το σωστό μαθηματικό Συμβολισμό της δεύτερης στήλης (το x είναι ρητός με $x \neq 0$ και το v θετικός ακέραιος.

b. Συμπληρώστε την πρόταση.

Τετραγωνική ρίζα ενός..... αριθμού a λέγεται ο θετικός αριθμός που όταν υψωθεί δίνει τον αριθμό a .

c. Συμπληρώστε τις σχέσεις $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$ $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

a. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να συμπληρώσετε τις ισότητες .

$\text{syn}B = \dots\dots\dots$, $\eta\mu B = \dots\dots\dots$, $\epsilon\phi B = \dots\dots\dots$ (Να σχεδιάσετε το τρίγωνο)

b. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις.

Σε ορθογώνιο τρίγωνο όταν αυξάνεται μια οξεία γωνίατο ημίτονό της.

Σε ορθογώνιο τρίγωνο όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία.....το συνημίτονό της.

c. Γιατί το $0 < \eta\mu\omega < 1$ και το $0 < \text{syn}\omega < 1$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση. $\frac{2x + 1}{2} - \frac{x - 3}{3} = \frac{x + 3}{6}$

Άσκηση 2^η

Αν $A = (-2)^4 - (-7) \cdot (-2)$, $B = (2^4 \cdot 2^3) : 2^8$ Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές

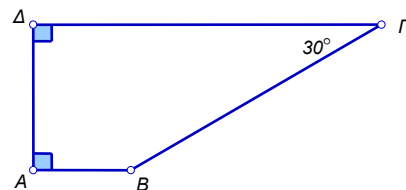
των A και B και να εξετάσετε αν οι αριθμοί που προκύπτουν είναι αντίστροφοί.

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\widehat{BA\Gamma} = 90^\circ$, $\widehat{\Gamma B\Delta} = 90^\circ$,

$\widehat{B\Gamma\Delta} = 30^\circ$ και $A\Gamma = 3$ $AB = 4$. Δίνεται $\text{syn}30^\circ = 0,87$.

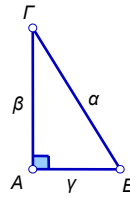
Να υπολογίσετε την πλευρά $B\Gamma$ και τις $\Gamma\Delta$ και $B\Delta$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα για το τρίγωνο του διπλανού σχήματος



B. Με βάση το διπλανό σχήμα να συμπληρώσετε τα κενά παρακάτω:

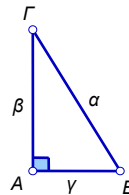
- i. $\gamma^2 = \dots - \dots$ ii. $B\Gamma^2 = \dots + \dots$ iii. $\dots = \alpha^2 - AB^2$ iv. $\dots = B\Gamma^2 - \beta^2$

Θέμα 2^ο

A. Να δοθούν οι παρακάτω ορισμοί:

- i. Ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου
- ii. Συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου
- iii. Εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου

B. Με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος να χαρακτηρίσετε τις ιδιότητες ως **Σωστό** ή **Λάθος**



- i. $\eta\mu\Gamma = \frac{\beta}{\alpha}$ ii. $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$ iii. $\epsilon\phi\Gamma = \frac{\gamma}{A\Gamma}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

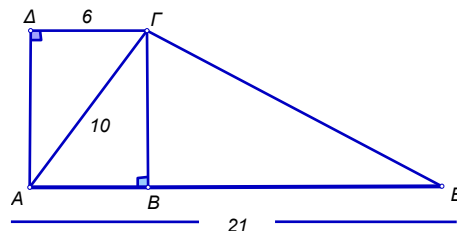
Να λυθεί η εξίσωση: $5(x-2) - 2(3-x) = 3x-4$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα το AΔΓB είναι ορθογώνιο.

Αν $A\Gamma = 10$, $\Delta\Gamma = 6$, $AE = 21$ να υπολογίσετε:

- i. το μήκος της πλευράς AΔ.
- ii. την εφαπτομένη της γωνίας Γ του τριγώνου BEΓ.
- iii. την πλευρά EΓ.

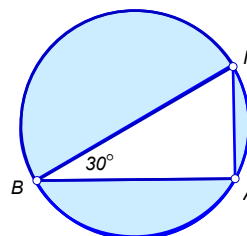


Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα η ακτίνα του κύκλου είναι:

$R = 6\text{cm}$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε:

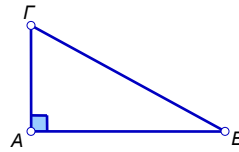
- i) τη γωνία A του τριγώνου ABΓ
- ii) τη γωνία Γ και το τόξο AB
- iii) αν είναι γνωστό ότι $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ να υπολογίσετε το μήκος της χορδής AΓ
- iv) το μήκος S του κύκλου
- v) το μήκος της πλευράς AB
- iv) το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν Δίνεται ότι $\sqrt{135} = 11,6$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Να γραφεί το πυθαγόρειο θεώρημα και στη συνέχεια να εφαρμοστεί στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$)



- b. Στο ίδιο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) αναφέρονται οι σχέσεις:

I. $AB^2 = B\Gamma^2 + A\Gamma^2$ II. $AB^2 = A\Gamma^2 - B\Gamma^2$ III. $A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2$

IV. $B\Gamma^2 = AB^2 - A\Gamma^2$ V. $AB^2 = -A\Gamma^2 + B\Gamma^2$ VI. $AB^2 + A\Gamma^2 = B\Gamma^2$

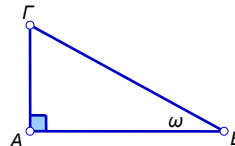
Να τις χαρακτηρίσετε ως **Σωστές (Σ)** ή **Λάθος (Λ)**

Θέμα 2^ο

- a. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$).

Αν η ω είναι μια οξεία γωνία του τριγώνου

Να γράψετε τους τύπους του ημ ω , συν ω , εφ ω .



- b. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) του ερωτήματος (a) αναφέρονται οι σχέσεις:

I. $\eta\mu B = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$ II. $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{AB}{B\Gamma}$ III. $\epsilon\phi B = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$

IV. $\sigma\upsilon\nu B = \frac{AB}{B\Gamma}$ V. $\eta\mu\Gamma = \frac{B\Gamma}{AB}$ VI. $\epsilon\phi\Gamma = \frac{AB}{A\Gamma}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $\chi = -2$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

$A = 3\chi - 40 : \chi + (7 + \chi) \cdot (-3) + \chi^\circ$

$B = (-\chi)^3 + (\chi + 4)^2 - \chi^2 + 3^{\chi+1}$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί ή εξίσωση: $\frac{\chi + 3}{5} + 2 = \frac{5\chi - 1}{2} - \frac{\chi}{2} - \frac{3\chi - 4}{4}$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ο κύκλος (Κ, 10cm) και η διάμετρος του ΒΓ. Αν το Α είναι σημείο του κύκλου τέτοιο

ώστε $\widehat{AB} = \frac{1}{8} \widehat{A\Gamma}$, να υπολογίσετε:

- a. Τη γωνία ΚΑΒ
b. Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα (Κ. $\widehat{A\Gamma}$)

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Τι ονομάζουμε δύναμη με βάση τον ρητό αριθμό a και εκθέτη το φυσικό $v > 1$;
 b. Να αντιγράψετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες :

$$\begin{array}{lll} 1. a^{-v} = \dots\dots & 4. a^v \cdot a^u = \dots\dots & 7. (a \cdot \beta)^v = \dots\dots \\ 2. a^0 = \dots\dots & 5. a^v : a^u = \dots\dots & 8. \left(\frac{a}{\beta}\right)^v = \dots\dots \\ 3. a^1 = \dots\dots & 6. (a^v)^u = \dots\dots & \end{array}$$

Θέμα 1^ο

- a. Να γράψετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου .
 b. Πως μεταβάλλεται το ημίτονο , το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας όταν αυτή αυξάνεται ;
 c. Ανάμεσα σε ποιους αριθμούς βρίσκεται το ημίτονο και το συνημίτονο μιας γωνίας ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης :

$$A = (-3) \cdot [(-2)^4 : 16 + (-1)^5 \cdot (-5)] - [-3 + (-3)^0] : 2$$

Άσκηση 2^η

a. Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{3 \cdot (2 - x)}{4} - \frac{2 \cdot (1 - x)}{3} = 1$

- b. Για την τιμή του x που βρήκατε ($x = -2$) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = (2005)^{x+2} + (2005)^{x+3} - 4 \cdot 2^x$$

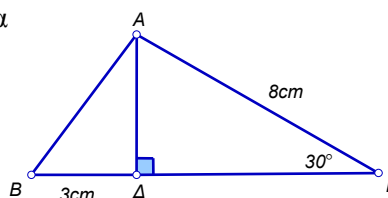
Άσκηση 3^η

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$.

Αν είναι $A\Gamma = 8\text{cm}$, $B\Delta = 3\text{cm}$ και η γωνία

$\Gamma = 30^\circ$ να βρείτε :

- a. Το ύψος $A\Delta$ και την πλευρά $\Gamma\Delta$.
 b. Την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.
 c. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



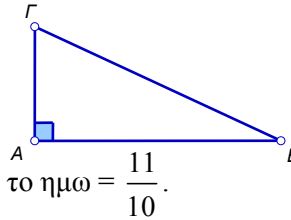
(Δίνονται : $\eta\mu 30 = 0,5$, $\sigma\upsilon\upsilon 30 \approx 0,87$, $\epsilon\phi 30 \approx 0,58$,

$$\sqrt{48} \approx 7$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Αν ω μια οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου, να γράψετε τον τύπο που μας δίνει το συνημίτονο της γωνίας ω
- b. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, να βρείτε με τι ισούται η εφαπτομένη της γωνίας Β.
- c. Είναι δυνατό, αν ω οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου, το $\eta\mu\omega = \frac{11}{10}$.
(Δικαιολογήστε την απάντησή σας)



Θέμα 2^ο

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο, ακτίνας ρ και μια επίκεντρη γωνία με μέτρο μ° .

- a. Να γράψετε έναν τύπο για την εύρεση του μήκους Γ του κύκλου.
- b. Να γράψετε έναν τύπο για την εύρεση του εμβαδού του κυκλικού τομέα.
- c. Αν στον παραπάνω κύκλο Ο, η ακτίνα $\rho = 6\text{cm}$ και η επίκεντρη γωνία είναι 10° πόσο είναι το εμβαδόν του κυκλικού τομέα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = (-2)^3 \cdot (-8) + \frac{4}{3} \cdot (-3)^2 - (-7) \cdot (-11), \quad B = 6 - [7 - 2 \cdot (6 - 8)] \text{ και να βάλετε ανάμεσα}$$

στις παραστάσεις Α, Β το κατάλληλο σύμβολο (<, >, =)

Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση:
$$\frac{4\chi - 1}{6} - \frac{\chi}{2} = 2 + \frac{3\chi - 2}{4}$$

Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΒ = 12cm και ΒΓ = 13cm. Με διάμετρο την ΑΒ σχεδιάζουμε ημικύκλιο εξωτερικά του τριγώνου. Να βρεθούν :

- a. Η πλευρά ΑΓ και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- b. Το εμβαδόν του ημικυκλίου ή το εμβαδόν του τριγώνου είναι μεγαλύτερο και κατά πόσο;

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να γράψετε τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών αριθμών και να αναφέρετε από ένα παράδειγμα για κάθε μια από αυτές.

Θέμα 2^ο

Να γράψετε τις ιδιότητες των δυνάμεων και να αναφέρετε από ένα παράδειγμα για κάθε μια από αυτές.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Για $\chi = -3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

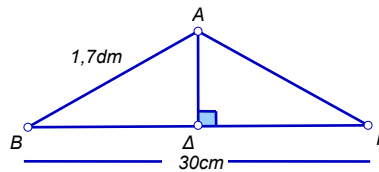
$$A = (2\chi + 3) \cdot (\chi + 2) \cdot (\chi + 10) \cdot (2\chi + 5)$$

Άσκηση 2^η

Να λυθεί και να επαληθευτεί η εξίσωση: $\frac{4\chi - 3}{5} - \frac{3\chi + 1}{4} = \frac{\chi - 1}{10}$

Άσκηση 3^η

Να βρεθεί το εμβαδόν ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) όταν είναι ΑΒ = ΑΓ = 1,7dm και ΒΓ = 30cm



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Πως διαιρούμε δυο ακεραίους αριθμούς :
- Αν είναι ομόσημοι
 - Αν είναι ετερόσημοι
- iii. Να γίνει η διαίρεση $(-14) : (-7) = \dots$
- iv. Να γίνει η διαίρεση $(-9) : (+3) = \dots$
- b. Πως απαλείφουμε μια παρένθεση όταν μπροστά της είναι το - (μείον);
Με χρήση του κανόνα βρείτε το αποτέλεσμα: $-(-3 + 7 - 5 + 12 - 4 + 2) = \dots$
- c. Πως πολλαπλασιάζουμε δυο αρνητικούς ακεραίους αριθμούς;
Με χρήση του κανόνα βρείτε το αποτέλεσμα: $(-2) \cdot (-3) = \dots$
- d. Πότε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων διαφορετικών του μηδενός είναι αρνητικό, και πότε θετικό; Με χρήση του κανόνα βρείτε το αποτέλεσμα :
- $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (-5) \cdot (+6) \cdot (-7) = \dots$
 - $(-1) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot (-6) \cdot (+5) \cdot (-3) = \dots$

Θέμα 2^ο

- a. Πως πολλαπλασιάζουμε δυνάμεις με την ίδια βάση;
Με χρήση του κανόνα βρείτε το αποτέλεσμα: $(-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)^5 = \dots$
- b. Πως διαιρούμε δυνάμεις με την ίδια βάση;
Με χρήση του κανόνα βρείτε το αποτέλεσμα: $\left(-\frac{2}{3}\right)^5 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \dots$
- c. Πως υψώνουμε ένα γινόμενο σε ένα εκθέτη;
Με χρήση του κανόνα βρείτε το αποτέλεσμα: $[(-2) \cdot (-3) \cdot (-5)]^3 = \dots$
- d. Πως υψώνουμε μια δύναμη σε ένα εκθέτη;
Με χρήση του κανόνα βρείτε το αποτέλεσμα: $\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^3\right]^2 = \dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις

$$A = (-5)^2 - (-2)^{-3} : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^{1000}, \quad B = [(-5)^2 - (-2)^3 - 1] : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{35}{24}\right]$$

Να βρείτε τους αριθμούς A, B και να συγκρίνετε τους αριθμούς $\frac{A}{B}$, $\frac{25B}{23A}$

Άσκηση 2^η

Να λυθούν οι εξισώσεις - ανισώσεις:

$$A) 4 \cdot (\chi + 1) = 2\chi - 1 - (\chi + 3) \quad B) \frac{3}{4}\chi - \frac{1}{2} = \chi + \frac{4}{3} \quad \Gamma) \frac{2\chi}{3} - 1 + \frac{\chi}{6} \geq \frac{\chi}{2} - 2$$

Άσκηση 3^η

Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $\eta\mu\Gamma = \frac{4}{5}$ και $AB = 20$, να βρεθούν:

- Οι άλλες δύο πλευρές του
- Το $\eta\mu B$, το $\sigma\upsilon\nu B$ και η $\epsilon\phi B$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Να συμπληρωθούν οι ισότητες που αναφέρονται:

a. στους ορισμούς των δυνάμεων,

$$\alpha^v = \dots, \alpha^1 = \dots, \alpha^0 = \dots, \alpha^{-v} = \dots$$

b. στις ιδιότητες των δυνάμεων,

$$\alpha^k \cdot \alpha^\lambda = \dots, \frac{\alpha^k}{\alpha^\lambda} = \dots, (\alpha \cdot \beta)^k = \dots, \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^k = \dots, (\alpha^k)^\lambda = \dots, \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-k} = \dots$$

c. στις ιδιότητες των τετραγωνικών ριζών

$$\sqrt{\alpha\beta} = \dots, \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \dots, \sqrt{\alpha^2} = \dots, (\sqrt{\alpha})^2 = \dots$$

Θέμα 2^ο

a. Να δώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών (ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη) μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου

b. Να συμπληρώσετε τις επόμενες ισότητες με τις πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου ΚΔΕ ($\hat{K} = 90^\circ$): $\eta\mu\Delta = \dots$, $\sigma\upsilon\nu\Delta = \dots$, $\epsilon\phi\Delta = \dots$

c. Το ημίτονο της γωνίας Δ είναι μικρότερο η μεγαλύτερο από τη μονάδα;
(Αιτιολογήστε την απάντησή σας)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

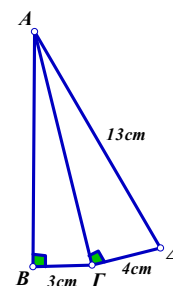
Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3\chi + 11}{2} - \frac{2\chi - 13}{3} = \frac{13 - 6\chi}{4} + \chi$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε με την βοήθεια του Πυθαγορείου θεωρήματος το μήκος της πλευράς ΑΒ αν είναι

$$\hat{B} = 90^\circ, \hat{\Gamma} = 90^\circ, B\Gamma = 3\text{cm}, \Gamma\Delta = 4\text{cm} \text{ και } A\Delta = 13\text{cm}.$$



Άσκηση 3^η

Να συμπληρώσετε τις ισότητες κάνοντας όλες τις δυνατές πράξεις:

$$-3^2 = \dots, \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \dots, \frac{7}{7^4} = \dots, \frac{2^{319}}{2^{324}} = \dots$$

$$(1-3) \cdot (-2-1)^2 = \dots, \left(-2 + \frac{1}{2}\right)^{-3} \dots$$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- A. Πως ορίζεται το ημίτονο και πως το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου
- B. Να εξηγήσετε γιατί το ημίτονο και το συνημίτονο είναι αριθμοί μικρότεροι της μονάδας.

Θέμα 2^ο

- A. Πότε μια γωνία λέγεται επίκεντρη και πότε εγγεγραμμένη;
- B. Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχη επίκεντρη;
- C. Με τη ισούται η κεντρική γωνία κανονικού n - γώνου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

$$A = 3 \cdot (-8 + 3) - 4^2 \cdot [3 - (4 - 2)^2]$$

$$B = (-7 + 5)^3 \cdot [-(6 - 2)^2 + 3^3]$$

Άσκηση 2^η

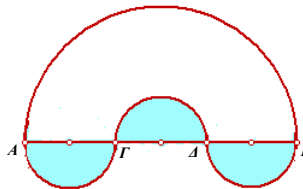
Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi - 6}{2} - \frac{4}{3} = \frac{\chi + 1}{9} + 1$

Άσκηση 3^η

Να βρείτε τα μήκη των ημικυκλίων του σχήματος αν είναι:

$$AB = 6\text{cm} \text{ και } AB = \Gamma\Delta = \Delta B.$$

Να συγκρίνετε το μήκος του μεγάλου ημικυκλίου με το άθροισμα των μηκών των τριών μικρών.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ακέραιους αριθμούς διάφορους του μηδενός
- b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες: $a^k \cdot a^l = \dots\dots\dots$, $\frac{a^v}{\beta^v} = \dots\dots\dots$,
αν $a \neq 0$ $a^{-v} = \dots\dots\dots$, $(a^k)^l = \dots\dots\dots$
- c. Πότε η δύναμη ενός ρητού αριθμού $a \neq 0$ ισούται με ένα;

Θέμα 2^ο

- a. Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη και ποια η σχέση της με το τόξο στο οποίο βαίνει;
- b. Ποιο πολύγωνο λέγεται κανονικό;
- c. Να δώσετε τους τύπους του: μήκους κύκλου, μήκους τόξου, εμβαδού κυκλικού δίσκου, εμβαδού κυκλικού τομέα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

i. $7x - 2 \cdot (x + 5) + 1 \leq 8x + 2 \cdot (x - 2)$

ii. $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{2} > \frac{x+2}{2} - 1$

Άσκηση 2^η

Να γίνουν οι πράξεις:

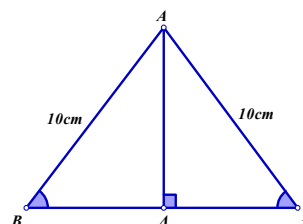
$$\left(\frac{1}{2}-1\right)^{-3} - \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^0 - [-5 - (9-2)] : (-2)^2 + (-5)^{-2} : (-5)^{-3}$$

Άσκηση 3^η

Το τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος είναι ισοσκελές με $AB = AG = 10\text{cm}$ και $\eta\mu B = 0,8$.

Να υπολογίσετε:

- a. το ύψος του ΑΔ,
b. την περίμετρο του,
c. το εμβαδόν του



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι;
(Να γράψετε ένα παράδειγμα σε κάθε περίπτωση)
Να συμπληρώσετε τις ισότητες:
- b. $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \dots\dots\dots$, $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \dots\dots\dots$, $\alpha^0 = \dots\dots\dots$, $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \dots\dots\dots$
- c. Τρεις ρητοί αριθμοί έχουν γινόμενο αρνητικό.
Τι συμπεραίνετε για τα πρόσημα τους;

Θέμα 2^ο

- a. Πότε μια γωνία λέγεται επίκεντρη και πότε εγγεγραμμένη;
b. Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχη επίκεντρη;
c. Δύο τόξα μ° είναι πάντοτε ίσα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $A = (-2)^3 - 5^2 + [(3^2 - 4) : 5 - 11]$ και $B = \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} - (5 - 8)^0 - (-3)^3$:

- a. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων A και B
b. Να βρείτε την διαφορά $A - B$.

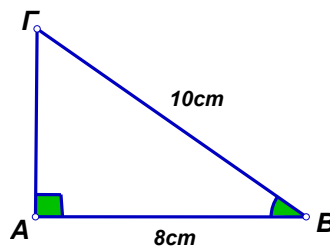
Άσκηση 2^η

- a. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi + 3}{2} - \frac{2(\chi + 1)}{3} = \chi - 5$
b. Να λύσετε την ανίσωση: $(3\chi - 1) - (3 - 2\chi) \leq 7\chi + (\chi + 8)$
c. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης.

Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^{\circ}$),
με $AB = 8\text{cm}$ και $B\Gamma = 10\text{cm}$.

- a. Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΓ
b. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Τι ονομάζεται ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;
Πως μεταβάλλονται και ποια είναι τα όρια μεταβολής ημίτονου και συνημίτονου;
- Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 45^0 σ' ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο με $AB = AG = 1\text{cm}$.

Θέμα 2^ο

- Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό με τι ισούται η κεντρική του γωνία ω και τη σχέση έχει η γωνία του φ με την κεντρική γωνία ω ;
- Να γράψετε τους τύπους που δίνουν το εμβαδόν ενός κύκλου και το μήκος τόξου.
- Να δώσετε τον ορισμό του ακτινίου(1 rad) και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\pi^{\text{rad}} = \dots\dots^\circ, \quad \frac{\pi}{2}^{\text{rad}} = \dots\dots^\circ, \quad 30^\circ = \dots\dots^{\text{rad}}, \quad 45^0 = \dots\dots^{\text{rad}}.$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $A = (-3)^2 \cdot 2 - 2^4 + (-4)^3 : 8 + [4^0 - (-)5 \cdot 2]$

και $B = 2^{\chi+1} - (-2)^{\chi-1} + \chi^{\chi+1} - \chi^{\chi-1}$ όπου $\chi = -2$,

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

Άσκηση 2^η

Να λύσετε και να επαληθεύσετε την εξίσωση:

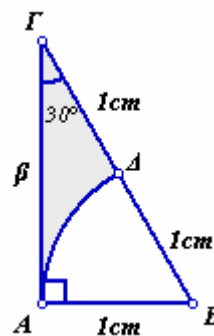
$$\frac{5\chi - 1}{4} - \left(\frac{2\chi + 1}{3} + \frac{3\chi + 1}{4} \right) = \frac{\chi + 5}{6} - 2$$

Άσκηση 3^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), είναι

$AB = 1\text{cm}$, $B\Gamma = 2\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε

- Την πλευρά AG και τη γωνία B
- Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $B. \widehat{A\Delta}$
- Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$):

- Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου, του συνημιτόνου και της εφαπτομένης της οξείας γωνίας B .
- Ποιες τιμές μπορούν να πάρουν το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας ;
- Πώς μεταβάλλεται το ημίτονο και πώς το συνημίτονο της γωνίας όταν αυτή αυξάνεται;

Θέμα 2^ο

- Πώς υπολογίζουμε το γινόμενο πολλών ρητών παραγόντων;
- Αν α και β είναι ρητοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός και μ, ν ακέραιοι, να συμπληρώσετε τις παρακάτω ιδιότητες των δυνάμεων:

$$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \dots, \quad \alpha^\mu \cdot \beta^\mu = \dots, \quad \alpha^{-\nu} = \dots, \quad \alpha^0 = \dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $A = \left(+\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + [9 - (7 - 3)]$ και

$B = \left(+\frac{1}{3}\right)^0 + \left(+\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3^2 \cdot 3^{-2}$ να δείξετε ότι $A = B$.

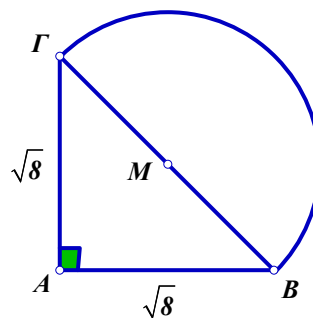
Άσκηση 2^η

Να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς που επαληθεύουν την ανίσωση:

$$\frac{\chi - 2}{3} - \frac{\chi - 1}{6} > \frac{3(\chi - 1)}{2} - 5$$

Άσκηση 3^η

Σε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$), είναι $ΑΒ = ΑΓ = \sqrt{8}$ cm. Με διάμετρο την υποτείνουσα $ΒΓ$ του τριγώνου γράφουμε εξωτερικά του τριγώνου ημικύκλιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολόκληρου του σχήματος,



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Αν α και β είναι ρητοί αριθμοί διάφοροι του μηδενός και μ, ν φυσικοί

με $\mu > 1$ και $\nu > 1$ να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha^\nu = \dots, \quad \alpha^{-\nu} = \dots, \quad \alpha^0 = \dots, \quad \alpha^1 = \dots$$

$$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \dots, \quad \alpha^\mu : \beta^\mu = \dots, \quad (\alpha^\nu)^\mu = \dots$$

Θέμα 2^ο

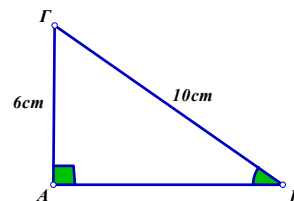
- Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία, και τι αντίστοιχο τόξο της;
- Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία, και τι αντίστοιχο τόξο της;
- Ποια η σχέση μεταξύ:
μιας επίκεντρης και μιας εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο,
μιας εγγεγραμμένης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της,
μιας επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) του σχήματος είναι $AG = 6\text{cm}$, και $B\Gamma = 10\text{cm}$

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμού της γωνίας B .



Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{\chi - 3}{5} - \frac{\chi - 4}{3} = \frac{\chi + 8}{2} - 2$$

Άσκηση 3^η

Αν το μήκος ενός κύκλου είναι 62,8, να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Τι παριστάνει η δύναμη a^v , v φυσικός μεγαλύτερος του 1;
b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$a^0 = \dots, a^{-v} = \dots, a^1 = \dots, (a^v)^u = \dots$$

$$a^v \cdot \beta^v = \dots, a^u \cdot a^v = \dots, a^u : a^v = \dots, \frac{a^v}{\beta^v} = \dots$$

- c. Οι αριθμοί 3^9 και 3^{-9} είναι αντίστροφοι;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Θέμα 2°

- a. Τι ονομάζεται, εφαπτομένη, τι ημίτονο, και τι συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
b. Γιατί για κάθε οξεία γωνία ω ορθογωνίου τριγώνου ισχύει η σχέση $0 < \eta\mu\omega < 1$.
c. Γιατί είναι $\text{συν}60^\circ < \text{συν}50^\circ$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2x-4}{3} - 5 = 3x - \frac{x-1}{2}$

Άσκηση 2^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $AB = 16\text{cm}$, και $B\Gamma = 20\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

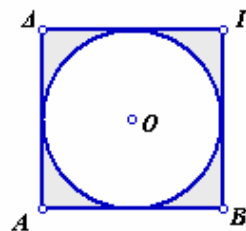
- a. το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη, της οξείας γωνίας B.
b. Το μήκος του ύψους AK που φέρνουμε από την κορυφή A προς την πλευρά BΓ.

Άσκηση 3^η

Το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος έχει πλευρά 6cm.

Να υπολογίσετε

- a. το μήκος του κύκλου.
b. το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- Να κατασκευάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και να γράψετε τη σχέση που παράγεται από την εφαρμογή του Πυθαγορείου θεωρήματος στο τρίγωνο αυτό.

Θέμα 2^ο

- Πότε δύο ποσά ονομάζονται ανάλογα;
- Πότε δύο ποσά ονομάζονται αντιστρόφως ανάλογα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε που συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$2x - \frac{x-3}{4} < \frac{19}{2} \quad \text{και} \quad 2x - 3 \cdot (x-2) < 8$$

Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = -2^2 + 5 \cdot (-3 + 2^2) + [(-7)^0 + 7 \cdot 3] : 2 + 2^{-2}$$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x-1}{4} - \frac{2x}{3} - \frac{1-2x}{2} = 1$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Να γράψετε τις ιδιότητες δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο.
- Πότε η δύναμη a^n με εκθέτη n φυσικό αριθμό, είναι θετικός αριθμός και πότε αρνητικός;

Θέμα 2^ο

- Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου, συνημιτόνου και εφαπτομένης μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να βρείτε τα $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$ εφB.

- Αν η $\hat{\omega}$ είναι οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου να συμπληρώσετε τις ανισότητες: $\dots < \eta\mu\omega < \dots$ και $\dots < \sigma\upsilon\nu\omega < \dots$

Ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές;

$\eta\mu\omega = 0,04$ $\sigma\upsilon\nu\omega = 5$ $\sigma\upsilon\nu\omega = -0,3$ $\eta\mu\omega = 3$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

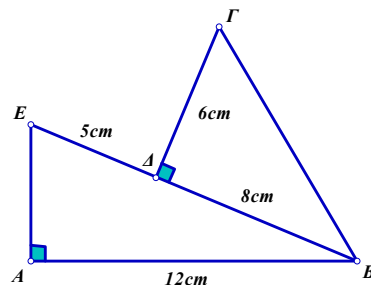
$$A = -4^2 + (-3) \cdot (+2) \cdot (-1) - (-8) : (+2) - 8 \cdot \left(+\frac{1}{2} \right) - 27 \cdot 3^{-2}$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AB = 12$ cm,

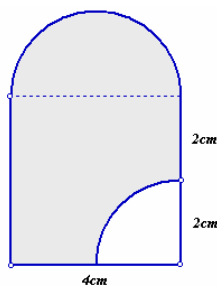
$EA = 5$ cm, $BD = 8$ cm και $\Delta\Gamma = 6$ cm.

Να υπολογίσετε τα τμήματα $B\Gamma$ και AE .



Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του διπλανού γραμμοσκιασμένου σχήματος



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ετερόσημους ακέραιους;
- Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο αρνητικούς ακέραιους;
- Τι πρόσημο έχει το γινόμενο δύο αντίθετων μη μηδενικών αριθμών;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

- Πως ορίζεται η εφαπτομένη, το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ορθογώνιου τριγώνου
- Να εξηγήσετε γιατί το ημίτονο μιας οξείας γωνίας ορθογώνιου τριγώνου είναι αριθμός μικρότερος της μονάδας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης αφού πρώτα απαλείψετε τις παρενθέσεις και τις αγκύλες.

$$Π = -(α + β) - [3 + (β - α)] - (10 - α - β)$$

$$\text{Δίνονται : } α = \frac{3}{2}, β = -1$$

Άσκηση 2^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

$$4χ + 7 > 6χ - 2 \text{ και } \frac{χ + 5}{3} + \frac{χ - 1}{2} > \frac{χ}{4}$$

Άσκηση 3^η

Ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) έχει βάση

ΒΓ = 24 cm και ύψος ΑΔ = 16 cm.

Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ και την περίμετρο του τριγώνου.

ΘΕΩΡΙΑ

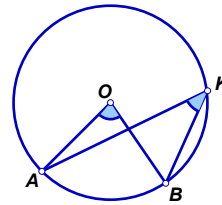
Θέμα 1

- a. Πώς πολλαπλασιάζουμε δυνάμεις που έχουν την ίδια βάση.
Παράδειγμα
- b. Πώς πολλαπλασιάζουμε δυνάμεις που έχουν την ίδια βάση.
Παράδειγμα
- c. Πώς υψώνουμε δύναμη σε εκθέτη.
Παράδειγμα

Θέμα 2^ο

Στο διπλανό σχήμα:

- a. Πως λέγονται οι γωνίες, \widehat{AOB} και \widehat{AKB}
- b. Να γράψετε τον ορισμό που περιγράφει την σχέση των δύο αυτών γωνιών.
- c. Να γράψετε τον ορισμό που περιγράφει την σχέση της \widehat{AKB} με το αντίστοιχο τόξο της.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$5 \cdot [3 - (-2) \cdot (-4)] + (-2 + 8) : (7 - 10) - [8 \cdot (-2) - 10]$$

Άσκηση 2^η

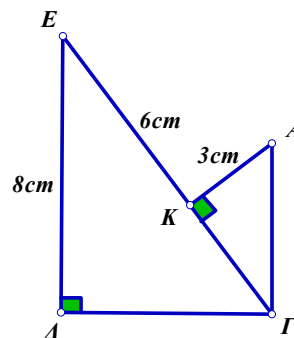
Να λυθεί η εξίσωση: $\chi - \frac{2\chi - 1}{3} = \frac{3 \cdot (\chi + 1)}{4}$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\hat{\Delta} = \hat{K} = 90^\circ$
και $E\Delta = 8\text{cm}$, $\Delta\Gamma = EK = 6\text{cm}$, $AK = 3\text{cm}$.

Να υπολογίσετε το μήκος :

- a. της ΚΓ
- b. της ΑΓ



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Σχεδιάστε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $\hat{A} = 90^\circ$ και να εκφράσετε με την βοήθεια των πλευρών του τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη της γωνίας B .
- b. Να υπολογίσετε το ημίτονο των 45°

Θέμα 2^ο

Να γράψετε τη σχέση που συνδέει την επίκεντρη και την εγγεγραμμένη γωνία που βαίνουν στο ίδιο τόξο και στη συνέχεια να την αποδείξετε.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

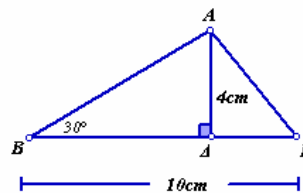
Άσκηση 1^η

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι η γωνία του $\hat{B} = 30^\circ$, η πλευρά του $B\Gamma = 10\text{cm}$ και το ύψος του $AD = 4\text{cm}$.

Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου AB και $A\Gamma$.

Δίνονται:

$$\eta\mu 30^\circ = 0,5, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,87 \quad \text{και} \quad \epsilon\phi 30^\circ = 0,58$$



Άσκηση 2^η

Να υπολογίσετε την αριθμητική παράσταση

$$A = (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) - (-1)^2 + 3^4 \cdot (-3)^3 + (+16) \cdot 2^{-4}$$

Άσκηση 3^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi+1}{2} - \frac{\chi-2}{6} = \chi + \frac{1}{3}$

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Σε κάθε έκφραση της στήλης Α να αντιστοιχίσετε ένα σύμβολο της στήλης Β, έτσι ώστε να περιγράφουν την ίδια έννοια.

Στήλη Α Φυσική γλώσσα	Στήλη Β Μαθηματική γλώσσα
a. αντίθετος του χ	1. 2χ
b. αντίστροφος του χ	2. $-\chi$
c. τετράγωνο του χ	3. $\sqrt{\chi}$
d. τετραγωνική ρίζα του χ	4. χ^2
e. διπλάσιο του χ	5. $\chi + 2$
δίνεται $\chi > 0$	6. $\frac{1}{\chi}$

a	
b	
c	
d	
e	

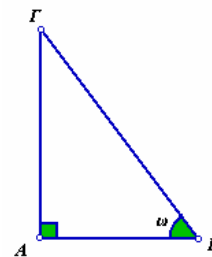
- b. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ιδιότητες των δυνάμεων:

$$a^0 = \dots \quad a^{-v} = \dots, \quad (a^v)^u = \dots, \quad a^{v+u} = \dots, \quad a^u : a^v = \dots$$

Θέμα 2^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$):

- a. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα, και να γράψετε την αντίστοιχη μαθηματική σχέση.
b. Για την οξεία γωνία ω του τριγώνου να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς τα ημ ω , συν ω , και εφ ω



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- a. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 3 \cdot (4 - 6)^2 + 7 - 5 \cdot 2$$

- b. Να λύσετε την εξίσωση $13 - \chi = 7 - \chi$

Άσκηση 2^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι

$$AB = 1 \text{ cm} \text{ και } B\Gamma = 2 \text{ cm.}$$

- a. Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = \sqrt{3} \text{ cm}$.
b. Να βρείτε τα ημ Γ , συν Γ , εφ Γ .
c. Να βρείτε την τιμή της $A = 4(\text{συν}\Gamma)^2 - 3\sqrt{3}\text{εφ}\Gamma + 6\eta\mu\Gamma$

Άσκηση 3^η

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο, διαμέτρου $\delta = 20 \text{ cm}$ και η χορδή του $AB = 10 \text{ cm}$.

- a. Να δείξετε ότι η ακτίνα $\rho = 10 \text{ cm}$ και η επίκεντρη γωνία $\text{AOB} = 60^\circ$.
b. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του κύκλου.
c. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα \widehat{OAB} ($\pi = 3,14$)

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί διάφοροι του 0 και οι μ, ν ακέραιοι να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$(\alpha^\nu)^\mu = \dots, \quad \alpha^0 = \dots, \quad \alpha^{-\nu} = \dots, \quad \alpha^\nu \cdot \alpha^\mu = \dots,$$

$$(\alpha \cdot \beta)^\nu = \dots, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\nu = \dots$$

Θέμα 2°

- a. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;
b. Ποιά σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την αντίστοιχη επίκεντρη και το τόξο στο οποίο βαίνει;
c. Πόσων μοιρών είναι η κεντρική γωνία ενός κανονικού δεκαπενταγώνου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} : 5 + \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\right]^3 \cdot \left[\left(\frac{4}{3}\right)^3\right]^{-2} - \left[\left(\frac{19}{15}\right)^5\right]^0 + (-27)^2 : (-3)^6 - [(-4)^2 : (-2) - (-2)^5 : 4]$$

Άσκηση 2^η

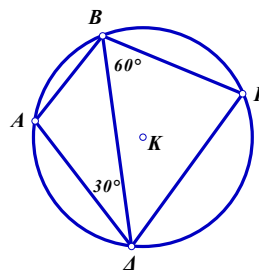
Να λύσετε τις ανισώσεις και παραστήσετε τις κοινές τους λύσεις στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

a. $\frac{2(2\chi - 1)}{3} - \frac{2\chi - 5}{2} > \frac{5(\chi + 3)}{6}$

b. $\frac{2\chi - 5}{3} < \frac{4\chi - 3}{5}$

Άσκηση 3^η

Αν είναι $\widehat{A\Delta B} = 30^\circ$ και $\widehat{B\Gamma\Delta} = 60^\circ$, να αποδείξετε ότι $\widehat{AB} + \widehat{\Delta\Gamma} = \widehat{B\Gamma} + \widehat{A\Delta}$



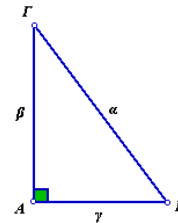
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Πότε δύο πραγματικοί αριθμοί λέγονται ομόσημοι;
- Πότε δύο πραγματικοί αριθμοί λέγονται ετερόσημοι;
- Ποιο είναι το πρόσημο του γινομένου,
 - δύο ομοσήμων
 - δυο ετεροσήμων αριθμών

Θέμα 2^ο

- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα
- Να γράψετε τη σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα για το διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Έχουν κοινή λύση οι εξισώσεις;

$$3\chi + 2 = 9 + \chi \quad (1) \text{ και}$$

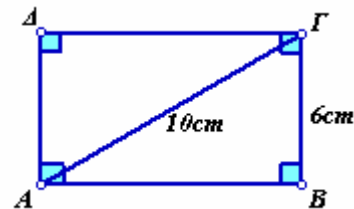
$$\frac{\chi - 1}{3} + 2 = \frac{\chi + 1}{2} + \frac{2\chi - 4}{3} \quad (2)$$

Άσκηση 2^η

Δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΒΓ = 6cm και ΑΓ = 10cm.

Να υπολογίσετε

- το μήκος της πλευράς ΑΒ.
- Το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ



Άσκηση 3^η

- Τι ποσά είναι το βάρος των κερασιών και η αξία τους και γιατί;
- Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

Πίνακας τιμών

χ: Βάρος Κερασιών σε Kg	1		2	
ψ: Αξία Κερασιών σε Ευρώ.		4	6	

- Ποια είναι η συνάρτηση των μεταβλητών χ, ψ.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Πως ορίζεται η δύναμη a^v , v φυσικός μεγαλύτερος του 1;

Να συμπληρώσετε τις ιδιότητες:

$$a^m \cdot a^v = \dots\dots, \quad a^m : a^v = \dots\dots, \quad a^v \cdot \beta^v = \dots\dots, \quad (a^v)^m = \dots\dots$$

Θέμα 2°

Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο

ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και στη συνέχεια να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και να γράψετε τη σχέση που το εκφράζει στο τρίγωνο αυτό.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε, αν υπάρχουν τις κοινές λύσεις των εξισώσεων.

$$5(2\chi + 3) - 12 = 5 - 2(10 - 3\chi) \quad (1)$$

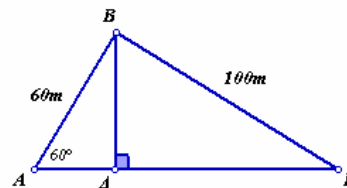
$$\text{και} \quad \frac{2\chi - 3}{3} + \frac{3(3\chi - 5)}{4} = \frac{4\chi - 3}{6} \quad (2)$$

Άσκηση 2^η

Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι:

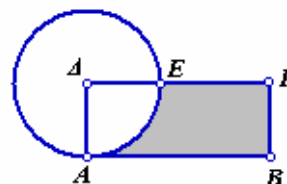
$$AB = 60\text{m}, \quad BG = 100\text{m} \quad \text{και} \quad \hat{A} = 60^\circ.$$

Αν το ΒΔ είναι ύψος του τριγώνου να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΒΔ, ΔΑ, ΔΓ και τη γωνία Γ.



Άσκηση 3^η

Στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $AB = 5\text{m}$ και $AD = 2\text{m}$. Αν ο κύκλος που γράφουμε με κέντρο το σημείο Δ και ακτίνα ΑΔ τέμνει την ΓΔ στο σημείο Ε, να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τετραπλεύρου ΑΒΓΕ.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Πως ορίζεται η δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α και εκθέτη το φυσικός αριθμό $n > 1$;

Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha^{-n} = \dots, \quad \alpha^m : \alpha^n = \dots, \quad \alpha^n \cdot \beta^n = \dots, \quad (\alpha^n)^m = \dots$$

Θέμα 2^ο

- a. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα
- b. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\chi - 1 = 2 \cdot (3 - 3\chi) - 3 \cdot (1 - \chi)$$

Άσκηση 2^η

Να βρείτε, τις κοινές λύσεις των ανισώσεων.

$$2 > 4 - \chi \quad (1) \quad \text{και}$$

$$4\chi - 1 > 2\chi + 1 \quad (2)$$

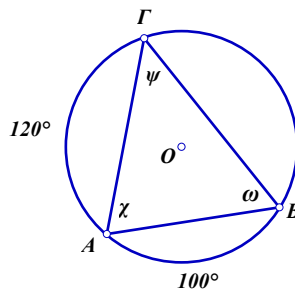
Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τις γωνίες

$\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\omega}$ του σχήματος.

Δίνονται:

$$\widehat{AB} = 100^\circ \quad \text{και} \quad \widehat{AG} = 120^\circ.$$



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

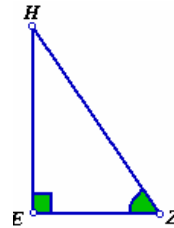
Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

a. $a^m \cdot a^n = \dots$, $\frac{a^m}{a^n} = \dots$, $(a^m)^n = \dots$, $a^{-n} = \dots$, $a^0 = \dots$

- b. Σε ποιες περιπτώσεις μια δύναμη a^n είναι θετικός αριθμός;
c. Σε ποιες περιπτώσεις μια δύναμη a^n είναι αρνητικός αριθμός;

Θέμα 2^ο

- a. Στο ορθογώνιο τρίγωνο EHZ ($\hat{E} = 90^\circ$) να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημZ, συνZ, εφZ.
b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες
 $\eta\mu 30^\circ = \dots$, $\eta\mu 60^\circ = \dots$, $\epsilon\phi 45^\circ = \dots$
c. Αν η ω είναι οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου, να συμπληρώσετε την σχέση, $\dots < \eta\mu\omega < \dots$
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

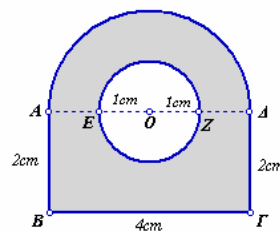
Άσκηση 1^η

- Σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων με αρχή το σημείο $O(0, 0)$:
a. να τοποθετήσετε τα σημεία, $A(1, 2)$, $B(3, 2)$ και $\Gamma(4, 0)$
b. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου OABΓ
c. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς του BΓ.

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

- a. Την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας;
b. Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας;
Δίνονται: $AB = \Delta\Gamma = 2\text{cm}$, $B\Gamma = A\Delta = 4\text{cm}$,
το σημείο O κέντρο του ημικυκλίου με διάμετρο την AΔ και του κύκλου με διάμετρο EZ = 2cm.



Άσκηση 3^η

Να λύσετε την ανίσωση,

$$\frac{2\chi - 1}{2} - 2 \leq \frac{13\chi + 7}{10} + \frac{\chi - 1}{5}$$

και να παραστήσετε γραφικά τη λύση της.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Τι λέγεται ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
- Πως μεταβάλλονται το ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη οξείας γωνίας όταν αυτή αυξάνεται;
- Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) του σχήματος η ισότητα $\eta\mu B = \sigma\upsilon\nu\Gamma$ είναι σωστή ή λάθος;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- Να κατασκευάσετε κατάλληλο σχήμα και γράψετε τη σχέση που εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = 15^2 - (-3)^3 : 3 - [-6^2 - (-25 : 5)] - (-44)(-2) - 5^0$$

Άσκηση 2^η

- Να λύσετε την εξίσωση:

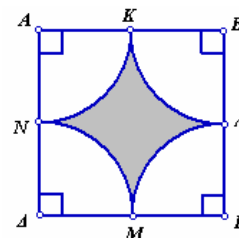
$$\frac{2(\chi - 1)}{3} - \frac{3(\chi - 2)}{4} - \frac{4 - \chi}{6} = 1 + \frac{\chi - 4}{6}$$

- Την λύση της εξίσωσης να θέσετε στην θέση του χ στην παράσταση $A = (-1)^{\chi+2003} + (-1)^{\chi+2004} + (-1)^{\chi+2005}$ και να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της.

Άσκηση 3^η

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ και τα K, Λ, M, N μέσα των πλευρών του $ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΑΔ$, αντίστοιχα.

Αν η περίμετρος του τετραγώνου είναι 80m να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας (καμπυλόγραμμο τετράπλευρο $K\Lambda M N$).



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$a^m \cdot a^v = \dots, \left(\frac{a}{\beta}\right)^v = \dots, (a \cdot \beta)^v = \dots, (a^v)^m = \dots,$$

$$\frac{a^m}{a^v} = \dots, a^0 = \dots, a^{-v} = \dots,$$

Θέμα 2^ο

- Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη και ποια εγγεγραμμένη;
Ποια σχέση συνδέει μια επίκεντρη με την αντίστοιχη της εγγεγραμμένη γωνία;
- Σε κύκλο (O, ρ), να γράψετε τους τύπους που μας δίνουν:
το μήκος του κύκλου
το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.
το μήκος τόξου μ^ο
το εμβαδόν κυκλικού τομέα μ^ο

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

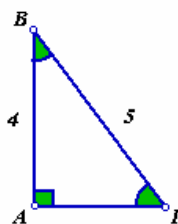
Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2\chi+1}{3} - \frac{\chi-1}{2} = \frac{\chi+2}{6}$

Άσκηση 2^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) του σχήματος είναι BΓ = 5 και AB = 4.

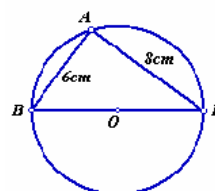
Να υπολογίσετε:

- Το μήκος της πλευράς ΑΓ.
- Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς, ημΒ, ημΓ, συνΒ, εφΓ



Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου, του κύκλου του σχήματος, αν είναι AB = 6cm, και ΑΓ = 8cm.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

a. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$a^m \cdot a^n = \dots, \quad \frac{a^m}{a^n} = \dots, \quad (a^n)^m = \dots,$$

$$(a \cdot b)^n = \dots, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots,$$

- b. Τι είναι εξίσωση;
c. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.
d. Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a

Θέμα 2^ο

- a. Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη και ποια εγγεγραμμένη; Ποια σχέση συνδέει την επίκεντρη με την εγγεγραμμένη που έχει το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
b. Ποιο πολύγωνο λέγεται κανονικό
c. Να γράψετε τους τύπους που δίνουν:
i. Το μήκος κύκλου ακτίνας ρ
ii. Το εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

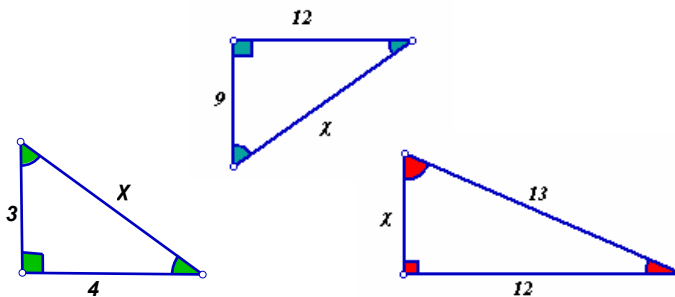
Άσκηση 1^η

Να λύσετε τις εξισώσεις: i) $8 + 7\chi = 2 \cdot (5 + 3\chi)$

ii) $5 - \chi = 9 - 3\chi$ iii) $\frac{\chi}{5} - \frac{\chi}{2} = 3$

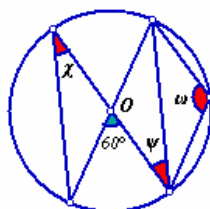
Άσκηση 2^η

Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα να υπολογίσετε την πλευρά χ .



Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ , ω στο διπλανό σχήμα:



ΘΕΩΡΙΑ

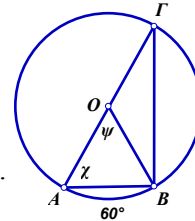
Θέμα 1

a. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

Να κατασκευάσετε κατάλληλο σχήμα και γράψετε τη σχέση που εκφράζει το θεώρημα. αυτό.

b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες::

1. Αντιμεταθετική ιδιότητα πρόσθεσης =
2. Προσεταιριστική ιδιότητα του πολ/σμού ως προς την πρόσθεση =
3. $\left(-\frac{2}{3}\right)^0 = \dots\dots\dots$, $3^2 = \dots\dots\dots$, $2^8 : 2^5 = \dots\dots\dots$



a. Στο διπλανό σχήμα, αν Ο είναι το κέντρο του κύκλου, τότε:

- i. $\hat{\chi} = \dots\dots^\circ$, ii. $\hat{\psi} = \dots\dots^\circ$, iii. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι

Θέμα 2^ο

a. Να διατυπώστε τον ορισμό της εφαπτομένης οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

b. Η γραφική παράσταση της $\psi = \alpha\chi$ είναι γραμμή που διέρχεται από την

c. Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις επόμενες προτάσεις

- i. Η γωνία που έχει την κορυφή της στο κέντρο του κύκλου λέγεται εγγεγραμμένη
- ii. Το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας αυξάνεται όσο αυξάνεται η γωνία.
- iii. $\sqrt{-25}=5$

d. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της πρώτης στήλης με τις σχέσεις της δεύτερης:

Στήλη Α	Στήλη Β
1. μήκος κύκλου	a. $E = \pi r^2$
2. μήκος τόξου	b. $l = \frac{\pi r \mu}{180}$
3. εμβαδόν κύκλου	c. $\Gamma = 2\pi r$
4. εμβαδόν κυκλικού τομέα	d. $\epsilon = \frac{\pi r^2 \mu}{360}$

1	
2	
3	
4	

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = (2^2 + 3 \cdot 2) : (2^2 + 5 : 5) - (2 - 3 \cdot 4)^2 + (2 \cdot 5)^2 \quad \text{και} \quad B = \frac{(2004^2)^{-2} \cdot (2004^4)^2}{(2004^{-3})^{-2} \cdot (2004^4)^{-1} \cdot 2004}$$

Άσκηση 2^η

a. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{\chi - 1}{3} - 1 = \frac{\chi + 2}{4} - \frac{\chi - 1}{2}$

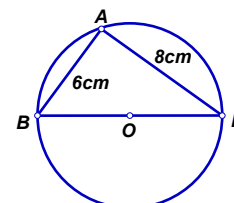
b. Να βρείτε την μικρότερη ακέραια λύση της ανίσωσης: $\frac{\chi - 2}{3} + 2 \leq \chi$

Άσκηση 3^η

Αν στον κύκλο διαμέτρου ΒΓ του σχήματος είναι ΑΒ = 6cm και

ΑΓ = 8cm να βρείτε: Α) Την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ,

Β) το ημίτονο της γωνίας Γ και Γ) το μήκος του κύκλου.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
Να γίνει σχήμα και να εφαρμοσθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα. σ' αυτό.
Να γραφεί ο τύπος του Πυθαγορείου Θεωρήματος για το σχήμα αυτό.
- b. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;

Θέμα 2^ο

- a. Τι ονομάζουμε εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
(Να δοθεί ορισμός και να γίνει σχήμα).
- b. Ποια είναι η μεταβολή του ημιτόνου και του συνημιτόνου μιας οξείας γωνίας, όταν αυτή μεταβάλλεται; (π.χ. όταν η γωνία αυξάνει).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = -5 - [-3 - 7 - (-2)^3] + [7 - (-3) + 6 : (-3) - 2^3]$$

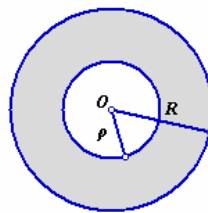
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{5}{4} - \frac{\chi + 1}{8} = \frac{\chi - 4}{2}$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου που φαίνεται στο σχήμα:

Η ακτίνα του εξωτερικού κύκλου είναι $R = 6,2\text{cm}$ και του εσωτερικού κύκλου $r = 3,4\text{cm}$. Οι κύκλοι είναι ομόκεντροι.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα σε ορθογώνιο

τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$)

- b. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες των δυνάμεων:

$$a^m \cdot a^v = \dots, \quad \frac{a^v}{\beta^v} = \dots, \quad a^{-v} = \dots,$$

Θέμα 2^ο

- a. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη και ποια επίκεντρη;

Να τις σχεδιάσετε και να τις ονομάσετε σε ένα τυχαίο κύκλο.

Ποια είναι η σχέση μιας εγγεγραμμένης γωνίας με την αντίστοιχη της επίκεντρη;

- b. Να δοθούν οι ορισμοί του ημιτόνου, συνημιτόνου και εφαπτομένης οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{\chi-1}{4} + \frac{1}{3} \geq \frac{5}{3} - \frac{3\chi-1}{6}$

Άσκηση 2^η

- a. Δίνεται τόξο 30° ενός κύκλου με ακτίνα $\rho = 1\text{m}$. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου καθώς και το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού τομέα.

- b. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (-5)^2 - \frac{18}{2} + 5^0 - [-4 + 9 - (-2)^3] - 1$$

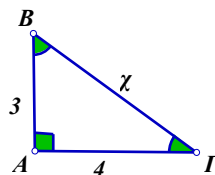
Άσκηση 3^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) του σχήματος είναι $AB = 5$ και $A\Gamma = 4$.

- a. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

- b. Να υπολογιστούν οι γωνίες B και Γ ,

όταν δίνεται ότι $\eta\mu 53^\circ = 0,8$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα, δίνοντας και ένα παράδειγμα.
- Τι λέγεται ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
Να δώσετε παράδειγμα.

Θέμα 2^ο

- Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
- Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

$$\alpha^0 = \dots, \quad \alpha^1 = \dots, \quad \alpha^{-\nu} = \dots, \quad \alpha^{\mu} \alpha^{\nu} = \dots,$$

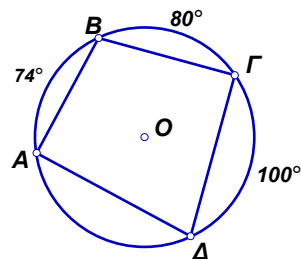
$$\frac{\alpha^{\mu}}{\alpha^{\nu}} = \dots, \quad \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}} = \dots, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \dots, \quad (\alpha^{\nu})^{\mu} = \dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα, είναι, $\widehat{AB} = 74^\circ$, $\widehat{BG} = 80^\circ$,
 $\widehat{\Gamma\Delta} = 100^\circ$ και $AB = 6\text{cm}$ και $A\Delta = 8\text{cm}$.

- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ορθογώνιο
- Να βρείτε την ακτίνα και το εμβαδόν του κύκλου.



Άσκηση 2^η

- Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3\chi + 4}{2} - \frac{1 - \chi}{3} = \chi - \frac{4 - \chi}{6}$
- Να βρείτε, τις κοινές λύσεις των ανισώσεων.

$$3\chi - 5 > \chi - 7 \quad \text{και} \quad 2\chi + 1 \geq 5\chi - 14$$

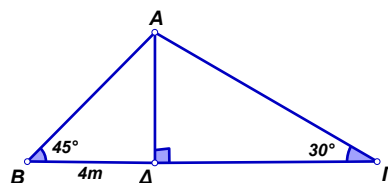
Άσκηση 3^η

Στο τρίγωνο του διπλανού σχήματος είναι:

$$\hat{B} = 45^\circ, \quad \hat{\Gamma} = 30^\circ \quad \text{και} \quad B\Delta = 4\text{m}.$$

Να υπολογίσετε

- Το μήκος του ύψους ΑΔ
- Τα μήκη των ΑΓ και ΓΔ
- Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1

- a. Πως βγάζουμε μια παρένθεση;(απαλοιφή)
- b. Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

Θέμα 2^ο

- a. Πυθαγόρειο θεώρημα
- b. Προτεραιότητα των πράξεων

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων.

$$A = (α - γ) - (β - γ) - (α - β)$$

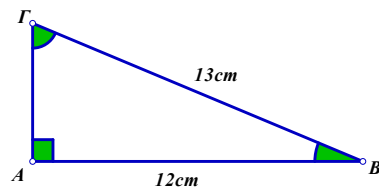
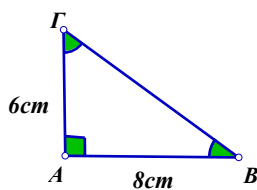
$$B = 5 - (1 - α) + (β - γ) - (α + β - γ)$$

Άσκηση 2^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{1}{10}\chi + \frac{2}{3} = \frac{4}{5}\chi - \frac{4}{15}$

Άσκηση 3^η

Να υπολογίσετε τα ημίτονα και συνημίτονα των οξείων γωνιών στα ορθογώνια τρίγωνα που δίνονται στα σχήματα.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Να συμπληρώσετε τα κενά:

$$a^0 = \dots \quad a^{-v} = \dots \quad a^{\mu} \cdot a^{\lambda} = \dots \quad a^{\kappa} : a^{\lambda} = \dots$$

$$\frac{a^{\lambda}}{\beta^{\lambda}} = \dots \quad a^{\mu} \cdot \beta^{\mu} = \dots \quad (a^{\kappa})^{\lambda} = \dots$$

Θέμα 2^ο

- Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{4 - 5\chi}{12} - 2\chi + 6 = \frac{3 \cdot (\chi - 1)}{2}$

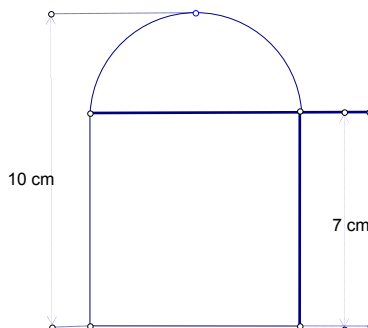
Άσκηση 2^η

Η περίμετρος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 50 m και η μία από τις ίσες πλευρές του είναι 17 m. Να υπολογίσετε τη βάση του, το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση και το εμβαδόν του τριγώνου. (σχήμα)

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

- Την περίμετρό του.
- Το εμβαδόν του.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Πότε δυο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;
b. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:
 $0 \cdot \alpha = \dots$, $1 \cdot \alpha = \dots$, $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \dots$, $\alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma = \dots$

Θέμα 2^ο

- a. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;
b. Διατυπώστε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2\chi + 3}{5} - \frac{\chi}{3} = 1$

Άσκηση 2^η

- a. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = 4 \cdot (3^3 - 19) - 8 \cdot (9 - 5)$
b. Να βρείτε το γινόμενο $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3$

Άσκηση 3^η

Η διάμετρος ενός κύκλου είναι 10 cm. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του κύκλου και του κυκλικού δίσκου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- a. Σε ένα κύκλο ποια η σχέση επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας που έχουν το ίδιο τόξο;
 b. Αν α, β ρητοί και ν, μ φυσικοί αριθμοί, αντιστοιχίστε σωστά τα παρακάτω:

- | | | |
|---------------------|---|---------------------|
| $a^\mu \cdot a^\nu$ | • | $(a \cdot b)^\nu$ |
| $a^\mu : a^\nu$ | • | $a^{\mu+\nu}$ |
| $a^\nu \cdot b^\nu$ | • | $a^{\mu \cdot \nu}$ |
| $(a^\mu)^\nu$ | • | $a^{\mu-\nu}$ |

- c. Συμπληρώστε τις προτάσεις:
 Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο θετικό αριθμό, βρίσκουμε ανισότητα με φορά.
 Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο αρνητικό αριθμό, βρίσκουμε ανισότητα με φορά

Θέμα 2^ο

- a. Γράψτε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας θετικού αριθμού a .
 b. Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες είναι λάθος;
 i. $\text{συν}\omega = \frac{\text{προσκεείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$
 ii. $\eta\mu\omega = \frac{\text{υποτείνουσα}}{\text{απέναντι κάθετη}}$
 iii. $\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκεείμενη κάθετη}}$
 c. Να γράψετε με πόσο ισούται το μήκος κύκλου ακτίνας ρ , το μήκος τόξου μ° κύκλου ακτίνας ρ , το εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ , το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας μ° κύκλου ακτίνας ρ .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

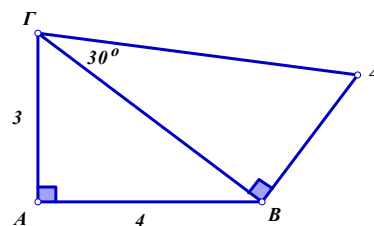
Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2\chi-1}{3} + \frac{3\chi}{4} = \frac{3}{2} \frac{\chi-2}{2}$

Άσκηση 2^η

Αν $A = -(-3) + (-2)^3$, $B = (-3)^2 - 2^3$ και $\Gamma = -3 \cdot (5 - 7)$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $2 \cdot AB + \Gamma$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma}\hat{B}\hat{\Delta} = 90^\circ$, $\hat{B}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 30^\circ$, $A\hat{\Gamma} = 3$, $AB = 4$ και δίνεται ότι $\text{συν}30^\circ = 0,86$. Να υπολογίσετε την πλευρά $B\hat{\Gamma}$ και τις $B\hat{\Delta}$, $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

a. Να συμπληρωθούν τα κενά:

$$\alpha^0 = \dots \quad \alpha^1 = \dots \quad \alpha^{-v} = \dots \quad (\alpha \cdot \beta)^v = \dots \quad (\alpha^u)^v = \dots \quad \alpha^u : \alpha^v = \dots$$

b. Πότε δυο αριθμοί είναι αντίστροφοι;

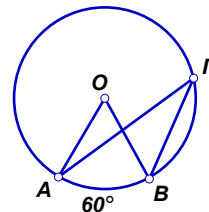
c. Να βρεθούν οι αντίστροφοι των παρακάτω αριθμών:

$$-1, \quad \frac{1}{2}, \quad -\frac{2}{3}, \quad 3\frac{1}{4}$$

Θέμα 2^ο

a. Τι είναι εγγεγραμμένη και τι επίκεντρη γωνία σε κύκλο (O, ρ). Με τι ισούται το μέτρο της κάθε μιας σε σχέση με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου;

b. Να χαρακτηριστούν οι γωνίες ΑÔΒ και ΑΓΒ του διπλανού σχήματος και να βρεθεί το μέτρο τους



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = (-3) \cdot [(-2)^5 : 16 + (-1)^5 \cdot (-5)] - [-2 + (-3)^2] : (-7)$$

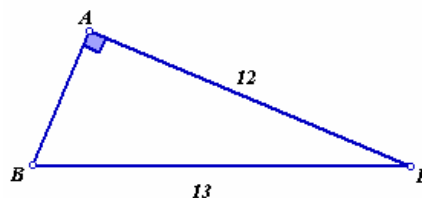
Άσκηση 2^η

Να λυθεί η εξίσωση: $3 \cdot (2 + \chi) - \frac{\chi + 1}{2} = 3\chi - 2 + \frac{3 - 2\chi}{4}$

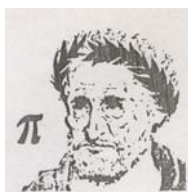
Άσκηση 3^η

c. Να υπολογιστεί η πλευρά ΑΒ.

d. Να βρεθούν τα ημΓ, συνΓ, εφΓ.



ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ



Ο Αρχιμήδης, ο μεγαλύτερος ίσως μαθηματικός όλων των εποχών, γεννήθηκε το 287 π.Χ. στις Συρακούσες της Σικελίας και σπούδασε στην Αλεξάνδρεια με τους διαδόχους του Ευκλείδη. Αν και έγινε γνωστός για τις μηχανικές του κατασκευές παρά για τα μαθηματικά του επιτεύγματα δεν προσέδιδε σ' αυτές καμία ιδιαίτερη σημασία. Σύμφωνα με τον Πλούταρχο, « παρ' ότι οι μηχανικές επινοήσεις του προσέδωσαν στον Αρχιμήδη όνομα και φήμη αντάξια όχι ανθρώπινης αλλά θείας νοημοσύνης, αυτός δε θέλησε να αφήσει κάποιο γραπτό έργο σχετικό με τα θέματα αυτά, επειδή θεωρούσε ότι ήταν απλώς γεωμετρικά παιχνίδια ». Η άποψη του Αρχιμήδη ως προς την σχετική σπουδαιότητα των πολλών ανακαλύψεων του φαίνεται καθαρά από την απαίτηση του να τοποθετήσουν πάνω στον τάφο του μια αναπαράσταση ενός κυλίνδρου περιγεγραμμένου σε μια σφαίρα, με μια επιγραφή που έδιδε τον λόγο των όγκων του κυλίνδρου προς τη σφαίρα. Από το γεγονός αυτό μπορούμε να συνάγουμε ότι θεωρούσε ως το μεγαλύτερο επίτευγμα του την ανακάλυψη του λόγου αυτού. Η αγάπη του Αρχιμήδη για την Γεωμετρία παρουσιάζεται στο σύνολο της μέσα από ένα πλήθος ιστοριών. Γνωρίζουμε ότι ξεχνούσε τα πάντα σχετικά με το φαγητό του και με άλλες τέτοιες καθημερινές ανάγκες της ζωής και ότι σχεδίαζε γεωμετρικά σχήματα στις στάχτες ή, όταν αλειφόταν με λάδι, πάνω στο σώμα του. Είναι σχεδόν βέβαιο ότι και αυτός ακόμη ο θάνατος του οφείλεται στην αγάπη που είχε στη Γεωμετρία. Ο Αρχιμήδης σκοτώθηκε κατά τη διάρκεια της λεηλασίας των Συρακουσών από ένα Ρωμαίο στρατιώτη. Η ιστορία παρουσιάζει τον Αρχιμήδη να λέει στο στρατιώτη, ο οποίος τον βρήκε να στοχάζεται πάνω από κάποια σχήματα που είχε σχεδιάσει στο χώμα και τον πλησίασε πολύ, « Μη μου τους κύκλους τάραττε (Μη μου χαλάς το σχήμα) ». Ο στρατιώτης εξαγριώθηκε με τα λόγια του και τον σκότωσε.

Μερικά από τα έργα του που έχουν διασωθεί είναι τα εξής:

Περί σφαιρας και κυλίνδρου, δύο βιβλία.

Κύκλου μέτρησις

Περί κωνοειδέων και σφαιροειδέων

Τετραγωνισμός παραβολής

Ή Μέθοδος

Για το έργο του στην Γεωμετρία όπως ο Πλούταρχος αναφέρει « Δεν ήταν δυνατόν να βρεθούν στην Γεωμετρία δυσκολότερα και πιο βασανιστικά ερωτήματα διατυπωμένα σε μορφή απλούστερων και σαφέστερων προτάσεων ». Οι πρωτότυπες μελέτες του σχετικά με τον τετραγωνισμό καμπυλόγραμμων επιπέδων σχημάτων, καθώς και με τον τετραγωνισμό και τον κυβισμό καμπύλων επιφανειών ουσιαστικά (για να χρησιμοποιήσουμε τα λόγια του Chasles) « γέννησαν τον Απειροστικό Λογισμό », το σημαντικότερο ίσως τομέα της Μαθηματικής επιστήμης.